



Voor de normering: zie de ommezijde.

Opgave 1 Laat $f(x, y) = \frac{\cos(xy)-1}{(x^2+y^2)^\alpha}$, voor $(x, y) \neq (0, 0)$ en $f(0, 0) = 0$. Hierbij is $\alpha > 0$.

- Bepaal de partiële afgeleiden van f in het punt $(0, 0)$.
- Voor welke waarden van α is f continu?
- Voor welke waarden van α is f differentiëerbaar?

Opgave 2 a. Formuleer het principe van Cavalieri.

b. Gebruik dat om de inhoud uit te rekenen van het stuk van de elliptische paraboloid $z = x^2 + 2y^2$ begrensd door $z = 0$ en $z = 4$. Hierbij mag je gebruik maken van het feit dat de oppervlakte van de ellips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

gegeven wordt door πab .

Opgave 3 Bereken de oppervlakte van de figuur ingesloten door de curve die in poolcoördinaten wordt gegeven door $r^2 = a^2 \cos(2\theta)$. (Hier is a een positieve constante.)

Opgave 4 Gegeven is het gebied D in het eerste kwadrant ($x \geq 0, y \geq 0$) van $\mathbb{R}^2$ dat begrensd wordt door de cirkels $x^2 + y^2 = 9$ en $x^2 + y^2 = 16$ en door de hyperbolen $x^2 - y^2 = 1$ en $x^2 - y^2 = 4$.

We gaan over op nieuwe coördinaten: $u = x^2 - y^2$ en $v = x^2 + y^2$.

a. Druk x en y uit in termen van u en v , en bereken de bijbehorende Jacobiaan.

b. Bereken $\int \int_D xy dx dy$.

Opgave 5 a. Formuleer de stelling van Fubini voor gebieden in $\mathbb{R}$ die zowel normaalgebied in de x -richting als normaalgebied in de y -richting zijn.

b. Schets het gebied $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \frac{1}{\alpha}, \alpha y \leq x \leq \alpha\}$.

c. Laat zien dat

$$\int_0^{\frac{1}{\alpha}} \int_{\alpha y}^{\alpha} y^{l-2} e^{x^l} dx dy = \frac{1}{l(l-1)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{l-1} \cdot e.$$

Normering

1a:2	2a:4	3:8	4a:6	5a:4
b:4	b:3		b:4	b:2
c:4				c:4

Cijfer tentamen 1 = $1 + \frac{\text{aantal punten}}{5}$