

De normering van de opgaven vind je op de volgende pagina.

Opgave 1

Zij $f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ voor $x \neq 0$, en $f(0, 0) = 0$.

- Laat zien dat f continu is in $(0, 0)$.
- Bepaal $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ en $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- Onderzoek of f differentieerbaar is in $(0, 0)$.

Opgave 2 Gegeven is de functie $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)xy$.

- Schets het tekenverloop van f .
- Bepaal de stationaire punten en extremen van f .

Opgave 3 Gegeven is de functie $f(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$.

- Laat zien dat f lokaal inverteerbaar is in een omgeving van het punt $(1, 1)$.
- Laat zien dat f niet globaal inverteerbaar is.

Opgave 4

- Zij $f(x, y) = \frac{y}{x^3}$. Ga na of f voldoet aan een Lipschitz conditie in de variabele y in een omgeving van $(0, 0)$.
- Los de differentiaalvergelijking $y' = f(x, y)$ op.
- Bepaal voor de algemene oplossing $y(x)$ de limiet $\lim_{x \rightarrow 0} y(x)$.

Opgave 5

- Los op: $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.
- Los op: $y'' + 4y' + 13y = 13x + 17$.
- Bepaal de algemene oplossing van het volgende stelsel diffe-

rentiaalvergelijkingen

$$\begin{aligned}x'(t) &= 2x(t) + 3y(t), \\y'(t) &= 3x(t) + 2y(t).\end{aligned}$$

Opgave 6 De functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\pi < x < 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$

- a. Bepaal de Fourierreeks van f .
- b. Wat is de voor $-\pi < x \leq \pi$ de som van de Fourierreeks?
- c. Bereken met behulp van a en b de som van de reeks

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}.$$

- d. Formuleer de reele versie van de stelling van Parseval, en geef aan hoe je hiermee de som van de reeks

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^4}$$

uit zou kunnen rekenen.

Normering

1a:3	2a:3	3a:4	4 a:3	5a:2	6a:3
b:2	b:4	b:3	b:2	b:3	b:2
c:3			c:2	c:2	c:1
					d:2

$$\text{Cijfer tentamen} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{5}$$