

Faculteit der Exacte Wetenschappen	tentamen Wiskundige Analyse 1
Afdeling Wiskunde	15-08-2008
Vrije Universiteit	15:15-17:15 uur

Gebruik van rekenmachine, formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan

1. Laat (a_n) en (b_n) convergente rijen zijn met limieten α respectievelijk β .

a) Toon aan: (a_n) is begrensd.

b) Toon aan: $(a_n b_n)$ is convergent met limiet $\alpha\beta$.

2. Toon aan m.b.v. de (ϵ, δ) -limietdefinitie dat

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} = 2.$$

3. a) Laat $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ een continue functie zijn. Toon aan dat er een $c \in [0, 1]$ is zodat $f(c) = c$.

b) Geef een voorbeeld van een continue functie $g : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ met $g(x) \neq x$ voor alle $x \in (0, 1)$.

4. Toon aan, met behulp van de Middelwaardestelling:

$$x \leq \tan x \leq 2x \quad \text{voor alle } x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right].$$

Z.O.Z.

5. Onderzoek of de oneigenlijke integraal

$$\int_2^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^6-1}} dx$$

convergent is.

6. Bepaal van de onderstaande functierijen (f_n) , $n \geq 1$ de puntsgewijze limiet op $[0, 2]$. Ga vervolgens na of er ook sprake is van uniforme convergentie op $[0, 2]$.

a) $f_n(x) = x^2 - \frac{x^2}{n}$.

b) $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}$.

Normering:

1 : a) 3 b) 5	2 : 6	3 : a) 4 b) 2	4 : 5	5 : 5	6 : a) 3 b) 3
8	6	6	5	5	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$