

Dit is het allerlaatste tentamen Wiskunde I.

De normering van de opgaven vind je op de laatste pagina van het tentamen. Er zijn 6 opgaven. Alleen de laatste opgave is verschillend voor Scheikundestudenten en MNW-studenten. Je hebt drie uur de tijd.

Opgave 1

- a. Los op: $z^2 - z(2 + 4i) + 2i - 3 = 0$.
- b. Vind de complexe getallen waarvoor geldt: $|z - (1 + 4i)| = 3$ en $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$.

Opgave 2

- a. Voor welke waarden van a is de volgende matrix inverteerbaar?

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -a \\ 1 & -a & 0 \end{pmatrix}.$$

Bepaal ook de inverse voor $a = 1$.

- b. Van de matrix $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ is gegeven dat de vectoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, en $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, eigenvectoren zijn. Wat kun je zeggen over de getallen c en d in relatie tot a en b ?

Opgave 3

Bepaal de volgende integralen en primitieven

- a. $\int 2x \cos(5 - 3x^2) dx$
- b. $\int_0^1 (x + 7)e^{5x} dx$
- c. $\int \frac{2x}{(x^2+1)(x-1)} dx$

Opgave 4

Los de volgende differentiaalvergelijkingen op

- a. $y' + 2\frac{y}{x} = 3$
- b. $y'' - 4y' + 13y = 0$
- c. $y'' - 4y' + 13y = 40 \sin(x)$

Opgave 5

- a. Los het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen op

$$x'(t) = x(t) + 2y(t) + 3z(t)$$

$$y'(t) = 2x(t) + y(t) + 3z(t)$$

$$z'(t) = 3x(t) + 2y(t) + z(t)$$

- b. Er is één oplossing waarvoor geldt $x(0) = 1$ en $\lim_{t \rightarrow -\infty} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Bepaal die oplossing.

Opgave 6 voor Scheikunde- en Farmacologiestudenten

In deze som is $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ een tweemaal differentieerbare functie.

- a. Bereken $\frac{\partial f}{\partial x}$ en $\frac{\partial f}{\partial y}$.
- b. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = h\left(\frac{x}{y}\right).$$

Toon aan dat voor alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ geldt

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \frac{y^2}{x^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) + \frac{2}{y} \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \right).$$

Opgave 6 voor MNW studenten

- Formuleer de formule van Leibnitz voor de n 'de afgeleide van een functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die gegeven is als het product van twee functies: $f(x) = g(x)h(x)$.
- Gegeven is de functie $f(x) = (x^3 + x)e^{2x}$. Bepaal de zesde afgeleide van de functie f .

Normering

1a:3	2a:3	3a:2	4:2	5a:4	6a:3
b:3	b:3	b:2	b:2	b:2	b:3
		c:2	c:2		

$$\text{Cijfer 1} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{4}$$

