



De normering van de opgaven vind je op de laatste pagina van het tentamen. Er is een formuleblad toegevoegd. Je hebt twee uur de tijd. Scheikunde en Farmacologiestudenten maken de opgaven 1, 2S, 3, 4, 5. MNW studenten maken de opgaven 1, 2MNW, 3, 4, 5.

1 Bepaal de volgende limieten. Gebruik zonodig de stelling van Taylor of de stelling van l'Hopital.

- a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x^2},$
- b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{(\sqrt{x}+1)^2},$
- c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}} .$

2 MNW Bepaal de afgeleiden van de volgende functies

- a. $\ln(\sin x^2),$
- b. $\cos(2x) \arctan x,$
- c. $x^{\ln x}.$

2 S Gegeven is de functie $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$

- a. Bepaal de gradient van f .
- b. Bepaal de (vijf) punten (x, y, z) waar de gradient de nulvector is.

3 Bereken de volgende primitieven en integralen

a. $\int \frac{3x-8}{(x-2)(x-3)} dx,$

b. $\int \sin x \cos 3x dx,$

c. $\int_1^\infty \frac{e^{-\ln x}}{x} dx .$

4 Los de volgende differentiaalvergelijkingen op

a. $y'' - 4y' + 8y = 0,$

b. $y'' - 4y' + 8y = 11 \sin x + 3 \cos x,$

c. $y' = e^y \sin x$ met $y(0) = 0.$

d.(i) Bereken de afgeleide van $xe^{-\cos x}$

(ii) Los op $y' + y \sin x = x \sin x + 1.$

5 Los het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen op

$$x'(t) = 7x(t) - 3y(t)$$

$$y'(t) = 18x(t) - 8y(t)$$

met $x(0) = 2$ en $y(0) = 5.$

Normering

1a:3	2(MNW)a:2	2(S) a:3	3a:2	4a:2	5:6
b:2	b:2	b:4	b:3	b:2	
c:3	c:3		c:2	c:2	
				d:2	

Cijfer deeltentamen 1 = $1 + \frac{\text{aantal punten}}{4}$

Standaardlimieten

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} &= 1 & \lim_{x \downarrow 0} x^\alpha \ln x &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha e^{-x} &= 0 & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} &= f'(a)\end{aligned}$$

Standaardafgeleiden

$$\begin{array}{ll} F(x) & f(x) = F'(x) \\ x^n & nx^{n-1} \\ \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \\ \tan x & \frac{1}{\cos^2 x} \\ \arcsin x & \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \arccos x & -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \arctan x & \frac{1}{1+x^2} \\ e^a x & ae^a x \\ \ln x & \frac{1}{x} \end{array}$$

Integralen en primitieven

Eerste substitutieregels: als $F' = f$ dan $\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) + c$.

Partiële integratie: $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$.

Andere behandelde technieken: breuksplitsing, substitutieregels.

Hoofdstelling van de integraalrekening: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Differentiaalvergelijkingen.

Scheiding van variabelen: als $y' = g(y)f(x)$ dan $\int \frac{1}{g(y)} dy = \int f(x) dx$.

Eerste orde lineaire d.v.: $y' + p(x)y = q(x)$. Los eerst homogene vergelijking $y' = -p(x)y$ op met scheiding van variabelen, daarna de inhomogene met variatie van constante.

Tweede orde lineaire d.v. met constante coëfficiënten; homogene geval $y'' + by' + cy = 0$. Karakteristieke vergelijking $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$. Drie gevallen: reële oplossingen voor λ , twee complexe oplossingen of één oplossing. $y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$.

Inhomogene geval: $y'' + by' + cy = f(x)$. Probeer als oplossing een lineaire combinatie van $f, f', f'', \dots$.

Stelsels differentiaalvergelijkingen $x'(t) = Ax(t)$ met A een $n \times n$ matrix. Bepaal de eigenwaarden λ_i en bijbehorende eigenvectoren x_i van A . $x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} x_1 + \dots + c_n e^{\lambda_n t} x_n$ als A n verschillende eigenwaarden heeft.