



- 1 a. Los op $z^2 - (2 + 2i)z = 3 + 2i$.
- b. Vind alle complexe getallen z waarvoor geldt $|z - i| = |z - 1|$ en $|z + 1| = 1$.

2 Beschouw het stelsel vergelijkingen

$$\begin{aligned}x + y + z &= a \\ 3x + 2y + 3z &= b \\ 5x + 3y + 5z &= c\end{aligned}$$

- a. Waaraan moeten de reële getallen a, b en c voldoen als gegeven is dat er een oplossing is van het stelsel vergelijkingen?
- b. Als gegeven is dat $a = 2, b = 5$ en $c = 8$ bepaal dan alle oplossingen van het stelsel vergelijkingen.

3 Laat zien dat voor alle reële getallen a, b en c geldt:

$$\begin{vmatrix} a & b & c & b \\ b & a & b & c \\ c & b & a & b \\ b & c & b & a \end{vmatrix} = (a - c)^2(a + c + 2b)(a + c - 2b).$$

4 Bepaal de afgeleiden van de volgende functies

- a. $\cos \sqrt{x^2 + 1}$
- b. $x \cdot \ln x \cdot \tan x$
- c. $\frac{\tan x}{x}$

Z.O.Z.

5 Bereken de volgende primitieven en integralen

a. $\int \frac{2x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} dx$

b. $\int \frac{2x^2+x-1}{(x^2+1)(x-3)} dx$

c. $\int_0^\infty (3x^2 + 2)e^{-x} dx$

6 Los de volgende differentiaalvergelijkingen op

a. $y'' + y = \cos 2x$

b. $y'' - y = x$

c. $y'x + y = x^3$

7 Los het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen op

$$x'(t) = 3x(t) + y(t) + z(t)$$

$$y'(t) = 5x(t) + y(t)$$

$$z'(t) = 3x(t) + z(t)$$

Normering

1a:3	2a:3	3:6	4a:3	5a:3	6a:3	7:6
b:3	b:3		b:2	b:2	b:2	
			c:2	c:2	c:2	

$$\text{Cijfer tentamen 1} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{5}$$

Formuleblad

Goniometrische formules

$$\begin{aligned}\cos^2 x + \sin^2 x &= 1 & \cos(-x) &= \cos x \\ \cos(2x) &= 2\cos^2 x - 1 & \sin(-x) &= -\sin x \\ \sin(2x) &= 2\sin x \cos x & \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x \\ \cos 0 &= 1 & \sin 0 &= 0 \\ \cos \frac{1}{6}\pi &= \frac{1}{2}\sqrt{3} & \sin \frac{1}{6}\pi &= \frac{1}{2} \\ \cos \frac{1}{4}\pi &= \frac{1}{2}\sqrt{2} & \sin \frac{1}{4}\pi &= \frac{1}{2}\sqrt{2}\end{aligned}$$

Complexe getallen

$$\begin{aligned}z &= x + iy & x &= \operatorname{Re} z = r \cos \phi & y &= \operatorname{Im} z = r \sin \phi \\ r &= |z| = \sqrt{x^2 + y^2} & \phi &= \arg z & z &= r(\cos \phi + i \sin \phi)\end{aligned}$$

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$$

$$\begin{aligned}|z_1 z_2| &= |z_1| \cdot |z_2| & \arg(z_1 z_2) &= \arg z_1 + \arg z_2 \\ \left|\frac{z_1}{z_2}\right| &= \frac{|z_1|}{|z_2|} & \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) &= \arg z_1 - \arg z_2\end{aligned}$$

De Moivre's stelling: $(\cos \phi + i \sin \phi)^n = \cos(n\phi) + i \sin(n\phi)$

Binomium van Newton:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + b^n.$$

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!} \quad \text{Driehoek van Pascal}$$

		1		1	
		1	2	1	
	1	3	3	1	
1	4	6	4	1	

Matrices en determinanten

Inverse: $\begin{pmatrix} A & I \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} I & A^{-1} \end{pmatrix}.$

A inverteerbaar $\Leftrightarrow \det A \neq 0 \Leftrightarrow A\underline{x} = \underline{0}$ heeft alleen $\underline{x} = \underline{0}$ als oplossing.

Eigenwaarden en eigenvectoren: $A\underline{x} = \lambda\underline{x}$ met $\underline{x} \neq \underline{0}$.

Karakteristieke vergelijking: $\det(A - \lambda I) = 0$.

Regel van Cramer: $\det A = D$. Oplossingen van $A\underline{x} = \underline{b}$:

$$x_j \cdot D = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j-1} & b_1 & a_{1j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj-1} & b_n & a_{nj+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Standaardlimieten

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} &= 1 & \lim_{x \downarrow 0} x^\alpha \ln x &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha e^{-x} &= 0 & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} &= f'(a) \end{aligned}$$

Standaardafgeleiden

$F(x)$	$f(x) = F'(x)$
x^n	nx^{n-1}
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$e^a x$	$ae^a x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Integralen en primitieven

Eerste substitutieregel: als $F' = f$ dan $\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) +$

c.

Partiële integratie: $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$.

Andere behandelde technieken: breuksplitsing, substitutieregel.

Hoofdstelling van de integraalrekening: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Differentiaalvergelijkingen.

Scheiding van variabelen: als $y' = g(y)f(x)$ dan $\int \frac{1}{g(y)} dy = \int f(x) dx$.

Eerste orde lineaire d.v.: $y' + p(x)y = q(x)$. Los eerst homogene vergelijking $y' = -p(x)y$ op met scheiding van variabelen, daarna de inhomogene met variatie van constante.

Tweede orde lineaire d.v. met constante coefficienten; homogene geval $y'' + by' + cy = 0$. Karakteristieke vergelijking $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$. Drie gevallen: reële oplossingen voor λ , twee complexe oplossingen of één oplossing. $y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$.

Inhomogene geval: $y'' + by' + cy = f(x)$. Probeer als oplossing een lineaire combinatie van $f, f', f'', \dots$.

Stelsels differentiaalvergelijkingen $x'(t) = Ax(t)$ met A een $n \times n$ matrix. Bepaal de eigenwaarden λ_i en bijbehorende eigenvectoren x_i van A . $x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} x_1 + \dots + c_n e^{\lambda_n t} x_n$ als A n verschillende eigenwaarden heeft.