



De normering van de opgaven vind je op de laatste pagina van het tentamen. Er is een formuleblad toegevoegd. Je hebt twee uur de tijd. Scheikunde en Farmacologiestudenten maken de opgaven 1, 2S, 3, 4, 5. MNW studenten maken de opgaven 1, 2MNW, 3, 4, 5.

1 Bepaal de volgende limieten. Gebruik zonodig de stelling van Taylor of de stelling van l'Hopital.

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \frac{1}{2} \sin 2x}{x^3}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$

c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x^4 + x^2} - x}$

2 MNW Bepaal de afgeleiden van de volgende functies

a.  $\ln(x^2 + 3x) \sin(2x)$

b.  $\frac{e^{x^2}}{\sqrt{x}}$

c.  $x^{\sqrt{x}}$

2 S Gegeven is de functie  $f(x, y, z) = x \sin y + ze^{xy}$

a. Bepaal de gradient van  $f$

b. Bepaal de rotatie van de gradient van  $f$

c. Bepaal de divergentie van de gradient van  $f$

**3** Bereken de volgende primitieven en integralen

a.  $\int \frac{2x+2}{(x-1)(x+3)} dx$

b.  $\int e^{2x} \cos 2x dx$

c.  $\int_0^{\sqrt{2}} x\sqrt{2-x^2} dx$

**4** Los de volgende differentiaalvergelijkingen op

a.  $y'' - 4y' - 21y = 0$

b.  $y'' - 4y' - 21y = 4 \sin x - 22 \cos x$

c.  $y' = -y^2x$  met  $y(1) = 1$

d.  $y' = \frac{y}{x} + 1$

**5** Los het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen op

$$x'(t) = 3x(t) - y(t)$$

$$y'(t) = 2x(t)$$

met  $x(0) = 2$  en  $y(0) = 3$ .

**Normering**

|      |      |      |      |     |
|------|------|------|------|-----|
| 1a:3 | 2a:2 | 3a:2 | 4a:2 | 5:6 |
| b:2  | b:2  | b:3  | b:2  |     |
| c:3  | c:3  | c:2  | c:2  |     |
|      |      |      | d:2  |     |

Cijfer deeltentamen  $1 = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{4}$

## Formuleblad

### Standaardlimieten

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} &= 1 & \lim_{x \downarrow 0} x^\alpha \ln x &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha e^{-x} &= 0 & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} &= f'(a)\end{aligned}$$

---

### Standaardafgeleiden

|             |                           |
|-------------|---------------------------|
| $F(x)$      | $f(x) = F'(x)$            |
| $x^n$       | $nx^{n-1}$                |
| $\cos x$    | $-\sin x$                 |
| $\sin x$    | $\cos x$                  |
| $\tan x$    | $\frac{1}{\cos^2 x}$      |
| $\arcsin x$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  |
| $\arccos x$ | $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $\arctan x$ | $\frac{1}{1+x^2}$         |
| $e^a x$     | $ae^a x$                  |
| $\ln x$     | $\frac{1}{x}$             |

---

### Integralen en primitieven

Eerste substitutieregel: als  $F' = f$  dan  $\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) + c$ .

Partiële integratie:  $\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$ .

Andere behandelde technieken: breuksplitsing, substitutieregel.

Hoofdstelling van de integraalrekening:  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

---

**Z.O.Z.**

Differentiaalvergelijkingen.

Scheiding van variabelen: als  $y' = g(y)f(x)$  dan  $\int \frac{1}{g(y)} dy = \int f(x) dx$ .

Eerste orde lineaire d.v.:  $y' + p(x)y = q(x)$ . Los eerst homogene vergelijking  $y' = -p(x)y$  op met scheiding van variabelen, daarna de inhomogene met variatie van constante.

Tweede orde lineaire d.v. met constante coëfficiënten; homogene geval  $y'' + by' + cy = 0$ . Karakteristieke vergelijking  $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ . Drie gevallen: reële oplossingen voor  $\lambda$ , twee complexe oplossingen of één oplossing.  $y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$ .

Inhomogene geval:  $y'' + by' + cy = f(x)$ . Probeer als oplossing een lineaire combinatie van  $f, f', f'', \dots$ .

---

Stelsels differentiaalvergelijkingen  $x'(t) = Ax(t)$  met  $A$  een  $n \times n$  matrix. Bepaal de eigenwaarden  $\lambda_i$  en bijbehorende eigenvectoren  $x_i$  van  $A$ .  $x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} x_1 + \dots + c_n e^{\lambda_n t} x_n$  als  $A$   $n$  verschillende eigenwaarden heeft.