

Tentamen Wiskunde I voor Scheikundigen
woensdag 6 mei 1998, 13:30-16:30.



1. Beschouw de functie $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ gegeven door

$$f(x) = \ln(1 + e^x).$$

- (a) Bereken de volgende limieten:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x.$$

- (b) Beargumenteer dat f differentieerbaar is op $\mathbb{R}$ en bepaal $f'(x)$ voor $x \in \mathbb{R}$.
(c) Schets de grafiek van f .
(d) Bepaal de inverse functie van $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$.

2. (a) Bepaal een primitieve van de volgende functies:

$$(i) \quad \frac{x}{x^2 + x + 1}, \quad (ii) \quad e^{\sin(x)} \cos^3(x).$$

- (b) Bereken de integraal

$$\int_0^1 \frac{1}{1 + e^{2x}} dx.$$

3. (a) Bepaal eigenwaarden en eigenvectoren van

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (b) Bepaal de oplossing van het stelsel

$$\begin{aligned} x' &= x + 3z \\ y' &= y + 4z \\ z' &= 3x + z + 4y \end{aligned}$$

met $x(0) = 10$, $y(0) = 5$ en $z(0) = 0$.

4. Los op

(a)

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 0$$

(b)

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = x^2$$

(c)

$$y'(x) - \cos(x)y(x) = \sin(x)e^{\sin(x)}$$

5. Beschouw de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ a & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Voor welke $a \in \mathbb{R}$ is A inverteerbaar?

(b) Voor welke $a \in \mathbb{R}$ heeft de vergelijking

$$Ax = \begin{pmatrix} 3 + \sqrt{3} \\ 2 + \sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}$$

minstens één oplossing $x \in \mathbb{R}^3$?

Normering:

1(a): 4	2(a): 6	3(a): 5	4(a): 3	5(a): 5
1(b): 2	2(b): 3	3(b): 3	4(b): 3	5(b): 4
1(c): 2			4(c): 3	
1(d): 2				

10

9

8

9

9

$$\text{eindcijfer} = \frac{\text{aantal behaalde punten} + 5}{5}$$