

1. a) Los op:

(i) $x + |x| < x^2 - 3$;

(ii) $\sin x - \cos^2 x = -\frac{1}{4}$.

b) Laat zien dat de functie f gegeven door:

$$f(x) = \cos^2 x \tan^2 x + \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 4$$

constant is op het open interval $(0, \frac{\pi}{2})$ en bereken die constante.

2. a) Gegeven is de functie f door $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ ($x > 0$) en het punt $P = (e, \frac{1}{e^2})$ op de grafiek van f . Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van f door het punt P .

b) Gegeven zijn twee parabolen met vergelijking

$$y = -x^2 + 2x + p \quad \text{en} \quad y = 2x^2 - 4x - q.$$

Bovendien is gegeven dat $p + q = 9$. Bereken de oppervlakte van het begrensde gebied ingesloten door de twee parabolen.

3. Bereken:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + x \sin x}{7x^2 \sin x + x^2 \cos x}$;

(ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 - 9x + 14}$;

(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \left(\frac{1}{6^n} + \frac{2^{n-1}}{3^{n+2}}\right)$.

4. Differentieer de volgende functies:

(i) $y = \frac{(x^2 + 3x)e^{x^2}}{\ln x}$;

(ii) $y = \frac{x^2 - 25}{x^2 + 5x} + \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - x}$;

(iii) $y = 5x^2 + 2x + \sqrt{x} + \sin^2(5x^2 + 2x + \sqrt{x}) + \cos^2(5x^2 + 2x + \sqrt{x})$.

Z.O.Z.

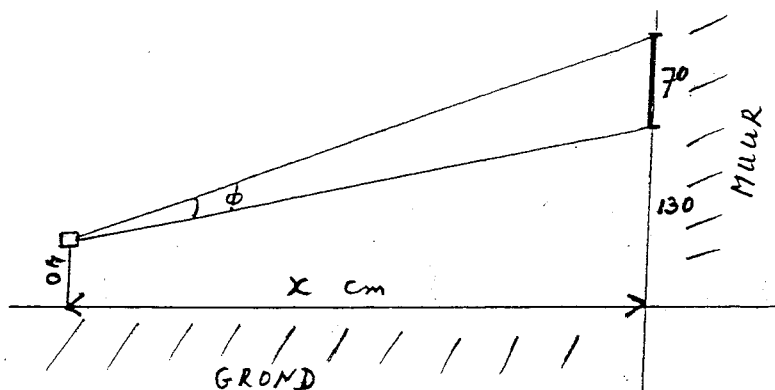
5. Bereken:

(i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx;$

(ii) $\int_0^2 (x-1)(x+1)^n dx, \quad (n \in \mathbb{N});$

(iii) $\int_1^\infty \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$

6. De lens van een camera op statief bevindt zich 40 cm boven de grond en x cm vóór een muur. Aan die muur hangt een schilderij van 70 cm hoogte en onderrand 130 cm boven de grond [zie figuur]. De gezichtshoek waarmee de lens precies het hele schilderij waarneemt noemen we ϕ . Deze hoek ϕ is uiteraard afhankelijk van de grootte van x .



Voor welke waarde van x is ϕ maximaal?

[Opmerking: u kunt gebruik maken van de formule $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$.]

7. Het licht van een straatlantaarn bevindt zich 6 meter boven de grond. Een man van 2 meter lengte wandelt met een snelheid van 2 m/sec wég van de lantaarnpaal. Noem de afstand van de man tot de lantaarnpaal x meter en de afstand van de top T van z'n schaduw op de grond tot de lantaarnpaal z meter.

- (i) Hoe verhoudt zich de afstand z tot de afstand x ?
- (ii) Hoe snel beweegt zich T wég van de lantaarnpaal?

Normering:

1 : a) 5	2 : a) 3	3 : 6	4 : 7	5 : 8	6 : 5	7 : 5
b) 2	b) 4					
7	7	6	7	8	5	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{5} + 1$$