

Opgave 1.

- (a) Wat is een model?
(2 punten).
- (b) Geef de inductieve definitie van waarheid van een formule in een wereld van een model.
(2 punten).
- (c) Wat betekent universele geldigheid van een formule?
(2 punten).
- (d) Bewijs of weerleg de universele geldigheid van $(\Diamond p \wedge \Diamond q) \rightarrow \Diamond(p \wedge q)$.
(4 punten).
- (e) Zij $\mathcal{K}$ een klasse van frames, en ϕ een modale formule. Wat betekent: “ ϕ karakteriseert $\mathcal{K}$ ”?
(4 punten).
- (f) Bewijs dat de formule $\Box p \rightarrow \Box \Box p$ de klasse van transitieve frames karakteriseert.
(8 punten).
- (g) Waarom volgt daaruit dat ook de formule $\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$ de klasse van transitieve frames karakteriseert?
(6 punten).

Opgave 2.

- (a) Zij $\mathcal{M} = (W, \{R_i \mid i \in I\})$ en $\mathcal{M}' = (W', \{R'_i \mid i \in I\})$ twee I -modellen. Wanneer is een relatie $Z \subseteq W \times W'$ een *bisimulatie* tussen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$?
(4 punten).
- (b) Formuleer de invariantiestelling voor I -modellen.
(4 punten).
- (c) Laat zien dat de ‘until’-operator $\mathcal{U}$ met waarheidsdefinitie:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \phi \mathcal{U} \psi \iff \exists u. [s < u \ \& \ \mathcal{M}, u \Vdash \psi \ \& \ \forall t. [s < t < u \Rightarrow \mathcal{M}, t \Vdash \phi]]$$

niet uitdrukbaar is in de *temporele* propositielogica.

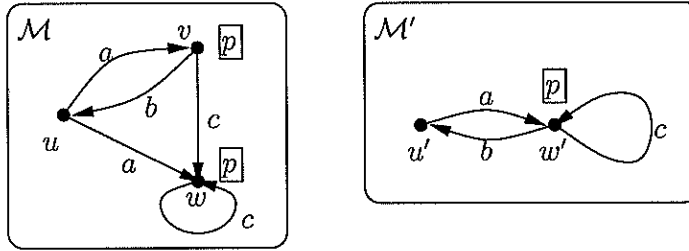
(Hint: maak gebruik van uw antwoord onder (b); neem $I = \{F, P\}$.)
(10 punten).

zie ommezijde!

Opgave 3.

- (a) Formuleer de correct- en volledigheidstelling voor het systeem $S5^n$.
(4 punten).
- (b) Laat zien dat de formule $p \rightarrow Kp$ niet afleidbaar is in $S5^n$.
(8 punten).
- (c) Laat zien dat iedere relatie die reflexief en euclidisch is, tevens symmetrisch is.
(4 punten).
- (d) Laat zien dat de formule $p \rightarrow K\neg K\neg p$ afleidbaar is in $S5^n$.
(8 punten).

Opgave 4. Zij $A = \{a, b, c\}$ en zij $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ de A -modellen gedefinieerd door onderstaande plaatjes:



- (a) Leg kort uit waarom $\mathcal{M}, w \not\equiv \mathcal{M}', w'$, en concludeer vervolgens dat $\mathcal{M}, u \not\equiv \mathcal{M}', u'$.
(4 punten).
- (b) Geef een onderscheidende formule voor de punten u uit $\mathcal{M}$ en u' uit $\mathcal{M}'$, d.w.z. een modale formule over A waarmee kan worden aangetoond dat $\mathcal{M}, u \not\equiv \mathcal{M}', u'$.
(4 punten).
- (c) Zij $\widehat{\mathcal{M}}$ de PDL-uitbreiding van het linkermodel $\mathcal{M}$; bereken de toegankelijkheidsrelaties $\widehat{R}_\alpha$, $\widehat{R}_\beta$ en $\widehat{R}_\gamma$ van $\widehat{\mathcal{M}}$ die horen bij de PDL-programma's $\alpha = (a \cup b)$, $\beta = (a \cup b)^*$ en $\gamma = (a \cup b)^*; c$.
(8 punten).
- (d) Is de PDL-formule $[(a \cup b)^*; c]p$ waar in de PDL-uitbreiding $\widehat{\mathcal{M}}$ van $\mathcal{M}$?
(4 punten).

Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten, plus één. Als aan de eis m.b.t. ingeleverde huiswerkopgaven is voldaan, wordt dit tentamencijfer nog verhoogd met een half bonuspunt (met dien verstande dat het hoogst te behalen cijfer een tien is).

Het gecorrigeerde werk zal uiteindelijk bij het onderwijsbureau zijn in te zien.