

Opgave 1.

- (a) Geef de definities van waarheid van een formule in een wereld van een model, van waarheid van een formule in een model, en van universele geldigheid.
(4 punten).
- (b) Bewijs of weerleg de universele geldigheid van $\Box(p \vee q) \rightarrow \Box p \vee \Box q$.
(4 punten).
- (c) Wat betekent modale karakteriseerbaarheid van een eigenschap van frames?
(4 punten).
- (d) Noem een frame (W, R) *sterk confluent* als $\forall xyz \in W. (Rxy \wedge Rxz \rightarrow \exists u \in W. (Ryu \wedge Rzu))$.
Bewijs dat de formule $\Diamond\Box p \rightarrow \Box\Diamond p$ de klasse van sterk conflente frames karakteriseert.
(10 punten).

Opgave 2.

- (a) Bewijs dat de bereikbaarheidsrelatie van een temporeel frame asymmetrisch is.
(4 punten).
- (b) Geef een voorbeeld van een temporeel frame dat noch discreet noch dicht is.
(4 punten).
- (c) Laat de modale operator $\Diamond_E$ ('ever' of 'ooit') gedefinieerd zijn door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \Diamond_E \phi \iff \mathcal{M}, t \Vdash \phi \text{ voor zekere } t \text{ zodanig dat } s < t \text{ of } s = t \text{ of } t < s.$$

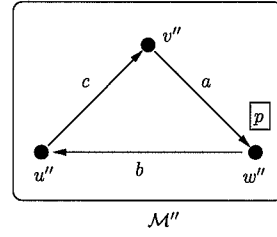
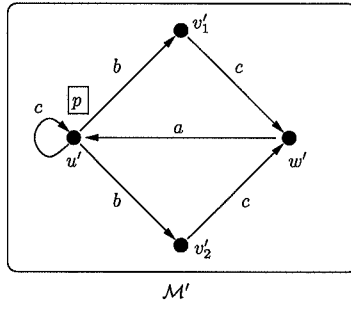
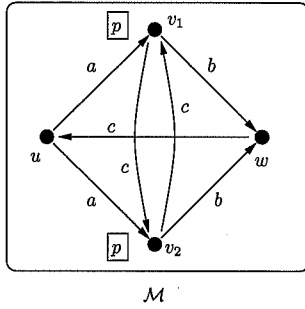
Toon aan dat de operator $\Diamond_E$ niet definieerbaar is in de modale basistaal.
(8 punten).

Opgave 3.

- (a) Formuleer de volledigheidsstelling voor het systeem S_4^n .
(4 punten).
- (b) Laat zien dat het axioma voor negatieve introspectie (A3) niet afleidbaar is in S_4^n .
(8 punten).
- (c) Laat zien dat de formule $Kp \rightarrow \neg K\neg p$ afleidbaar is in systeem T .
(8 punten).

zie ommezijde!

Opgave 4. Beschouw de volgende $\{a, b, c\}$ -modellen $\mathcal{M}$, $\mathcal{M}'$ en $\mathcal{M}''$:



- Licht in één zin toe waarom $\mathcal{M}, v_1 \not\equiv \mathcal{M}'', w''$, en leg vervolgens uit waarom dat dit impliceert dat $\mathcal{M}, u \not\equiv \mathcal{M}'', v''$ en $\mathcal{M}, w \not\equiv \mathcal{M}'', u''$. (4 punten).
- Geef een onderscheidende formule voor de toestanden w van $\mathcal{M}$ en u'' van $\mathcal{M}''$, dat wil zeggen een formule die aantoont dat $\mathcal{M}, w \not\equiv \mathcal{M}'', u''$. (4 punten).
- Laat zien dat $\mathcal{M}, u \not\equiv \mathcal{M}', w'$ (het is niet nodig om verslag te doen van het verifiëren dat de gegeven relatie inderdaad een bisimulatie is). Bestaat er een onderscheidende formule voor de toestanden u van $\mathcal{M}$ en w' van $\mathcal{M}'$? Zo ja, geef zo'n formule. Zo nee, leg uit waarom. (8 punten).
- Zij $\widehat{\mathcal{M}}$ de PDL-uitbreiding van $\mathcal{M}$. Bereken de toegankelijkheidsrelaties $\widehat{R}_\alpha$, $\widehat{R}_\beta$, $\widehat{R}_\gamma$ van $\widehat{\mathcal{M}}$ die horen bij de PDL-programma's $\alpha = (b ; c ; a)$, $\beta = (\alpha \cup c)$, en $\gamma = \beta^*$. (8 punten).
- Geldt dat $\widehat{\mathcal{M}} \models [\gamma]p \leftrightarrow p$? Motiveer uw antwoord. (8 punten).

Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten, plus één. Als aan de eis m.b.t. ingeleverde huiswerkopgaven is voldaan, wordt dit tentamencijfer nog verhoogd met een half bonuspunt (met dien verstande dat het hoogst te behalen cijfer een tien is).

Het gecorrigeerde werk zal uiteindelijk bij het onderwijsbureau zijn in te zien.