

### Opgave 1

Beschouw de uitbreiding van de modale basistaal met de zogenaamde “nee maar” operator  $\Delta$ , waarvan de semantiek gegeven wordt door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \Delta \varphi \iff \mathcal{M}, s \Vdash \neg \varphi \text{ en er is een wereld } t \text{ met } Rst \text{ en zo dat } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi$$

Geef een formule  $\varphi$  in de modale basistaal die equivalent is met  $\Delta p$ . (8 ptn.)

### Opgave 2

Beschouw nu de uitbreiding van de modale basistaal met de zogenaamde “meestal” operator  $\boxtimes$  met semantiek:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \boxtimes \varphi \iff \text{In meer dan de helft van de werelden } t \text{ met } Rst \text{ geldt } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi.$$

De modellen  $\mathcal{M} = (W, R, \pi)$  en  $\mathcal{M}' = (W', R', \pi')$  zijn als volgt gedefinieerd. (Teken de plaatjes!)

$$\begin{array}{lll} W = \{s, t_1, t_2, t_3\} & R = \{\langle s, t_1 \rangle, \langle s, t_2 \rangle, \langle s, t_3 \rangle\} & \pi(s)(p) = \pi(t_1)(p) = 0, \pi(t_2)(p) = \pi(t_3)(p) = 1 \\ W' = W & R' = R & \pi(s)(p) = \pi(t_1)(p) = \pi(t_2)(p) = 0, \pi(t_3)(p) = 1 \end{array}$$

- Geef een bisimulatie tussen  $\mathcal{M}$  en  $\mathcal{M}'$  zo dat  $\mathcal{M}, s \rightleftharpoons \mathcal{M}', s$ . (6 ptn.)
- Bewijs dat de formule  $\boxtimes p$  niet equivalent kan zijn met een formule in de modale basistaal. (8 ptn.)

### Opgave 3

- Geef het kennislogische axioma DB. (4 ptn.)
- Geef een kennislogische afleiding van  $(\neg K_i p \vee \neg K_i q) \rightarrow \neg K_i(p \wedge q)$ . (8 ptn.)
- Wat is het zwakste kennislogische systeem (bijvoorbeeld T<sup>n</sup> of S4<sup>n</sup>) waarin die afleiding nog kan worden gegeven? (4 ptn.)

### Opgave 4

Geef tegenmodellen in de door S5<sup>n</sup> gekarakteriseerde klasse C van frames waaruit blijkt dat:

- $\neg K_1 p \wedge \neg K_1 q \not\models_C \neg K_1(p \vee q)$  (6 ptn.)
- $K_1 K_2 p \not\models_C K_2 K_1 K_2 p$ . (6 ptn.)

**ZIE OMMEZIJDE!!!**

### Opgave 5

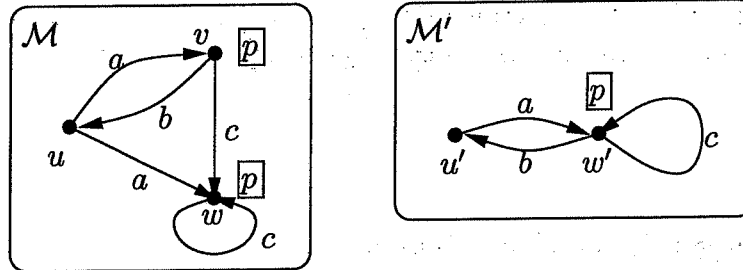
Zeg welke van de volgende gevolgtrekkingen met circumscriptie naar  $P$  gelden en welke niet. Alleen ja/nee antwoorden zonder motivatie volstaan. (10 ptn.)

- $Pa \models_P \forall x \forall y ((Px \wedge Py) \rightarrow x = y),$
- $Pa \vee Pb \models_P \forall x \forall y ((Px \wedge Py) \rightarrow x = y),$
- $Pa \wedge Pb \models_P \forall x \forall y ((Px \wedge Py) \rightarrow x = y),$
- $Pa \wedge Pb, a \neq b \models_P \forall x \forall y ((Px \wedge Py) \rightarrow x = y),$
- $\forall x (Px \vee Qx) \models_P \forall x (Px \leftrightarrow \neg Qx),$
- $\exists x Px \wedge \exists x Qx \models_P \forall x (Px \leftrightarrow Qx).$

### Opgave 6

- Geef voor een willekeurige stricte partiële ordening  $\sqsubset$  op modellen de definitie van  $\Sigma \models_{\sqsubset} \varphi$ . (4 ptn.)
- Welke van de volgende twee implicaties is/zijn correct? Motiveer uw antwoorden
  - $\Sigma \models_{\sqsubset} \varphi \Rightarrow \Sigma \models \varphi.$
  - $\Sigma \models \varphi \Rightarrow \Sigma \models_{\sqsubset} \varphi.$
 (8 ptn.)

**Opgave 7** Zij  $A = \{a, b, c\}$  en zij  $\mathcal{M}$  en  $\mathcal{M}'$  de  $A$ -modellen gedefinieerd door onderstaande plaatjes:



- Leg kort uit waarom  $\mathcal{M}, w \not\models \mathcal{M}', w'$ , en concludeer vervolgens dat  $\mathcal{M}, u \not\models \mathcal{M}', u'$ . (5 ptn.)
- Geef een onderscheidende formule voor de punten  $u$  uit  $\mathcal{M}$  en  $u'$  uit  $\mathcal{M}'$ , d.w.z. een modale PDL-formule  $\varphi$  zo dat  $\mathcal{M}, u \models \varphi$  en  $\mathcal{M}', u' \not\models \varphi$ . (5 ptn.)
- Bestaat er ook een onderscheidende formule voor de punten  $v$  uit  $\mathcal{M}$  en  $w'$  uit  $\mathcal{M}'$ ? Motiveer uw antwoord. (6 ptn.)
- Geef een PDL-programma  $\gamma$  zo dat de PDL-formules  $[\gamma]q$  en  $\langle \gamma \rangle q$  waar zijn in  $\widehat{\mathcal{M}'}$ . Bestaat er ook zo'n formule voor  $\widehat{\mathcal{M}}$ ? (6 ptn.)

Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is een tiende van het aantal punten, plus één. Met ingeleverde huiswerkopgaven kan nog een half punt worden verdiend (hoogstens een tien).