

Opgave 1 Beschouw de uitbreiding van de modale basistaal met de zogenaamde “er blijft hoop op” operator Δ , waarvan de semantiek gegeven wordt door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \Delta \varphi \iff \begin{array}{l} \text{voor elke wereld } t \text{ met } Rst \text{ geldt: als niet } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi, \\ \text{dan is er wel een wereld } u \text{ met } Rtu \text{ en zo dat } \mathcal{M}, u \Vdash \varphi \end{array}$$

Geef een formule φ in de modale basistaal die equivalent is met Δp . (8 ptn.)

Opgave 2

Beschouw nu de uitbreiding van de modale basistaal met de zogenaamde “eens” operator $\boxtimes$ met semantiek:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \boxtimes \varphi \iff \text{er is een wereld } t \text{ met } Rts \text{ zo dat } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi.$$

De modellen $\mathcal{M} = (W, R, \pi)$ en $\mathcal{M}' = (W', R', \pi')$ zijn als volgt gedefinieerd. (Teken de plaatjes!)

$$\begin{array}{lll} W = \{s, t, u\} & R = \{\langle u, s \rangle, \langle s, t \rangle\} & \pi(s)(p) = 0 \quad \pi(t)(p) = \pi(u)(p) = 1 \\ W' = \{s', t', u'\} & R' = \{\langle s', u' \rangle, \langle s', t' \rangle\} & \pi(s')(p) = 0 \quad \pi(t')(p) = \pi(u')(p) = 1 \end{array}$$

- Geef een bisimulatie tussen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ zo dat $\mathcal{M}, s \rightleftharpoons \mathcal{M}', s$. (6 ptn.)
- Bewijs dat de formule $\boxtimes p$ niet equivalent kan zijn met een formule in de modale basistaal. (8 ptn.)

Opgave 3

- Geef de kennislogische axioma DB, A1, A2 en A3. (6 ptn.)
- Geef een kennislogische afleiding van $\vdash_{S5^n} K_i \neg K_i p \vee p$. (8 ptn.)
- Wat is het zwakste kennislogische systeem (bijvoorbeeld T^n of $S4^n$) waarin die afleiding nog kan worden gegeven? (4 ptn.)

Opgave 4

Geef tegenmodellen waaruit blijkt dat:

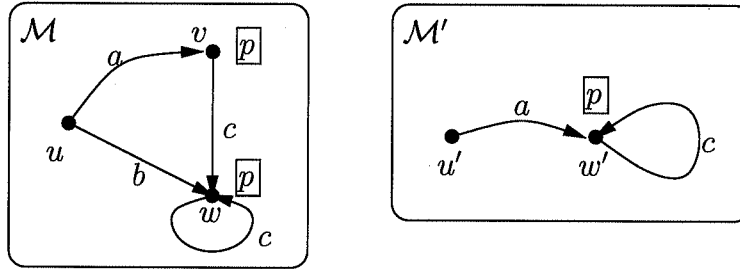
- $K_1 p \wedge K_2 p \not\vdash_{S5^n} K_1 K_2 p$ (6 ptn.)
- $K_1 K_2 p \not\vdash_{S5^n} K_1 K_2 K_1 p$. (6 ptn.)

ZIE OMMEZIJDE!!!

Opgave 5 In deze opgave veronderstellen we de eerste-orde taal met als niet-logische symbolen de unaire predikaatsymbolen A , B en C en het constantesymbool s .

- Bewijs dat $\{\forall x(\neg(A(x) \vee B(x)) \rightarrow C(x)), \neg A(s)\} \not\models_B C(s)$ door een tegenmodel te geven. (7 ptn.)
- Wanneer is een formule φ een $<^{B;C}$ -minimaal gevolg van een verzameling van formules Σ ? (Geef de definities van de ordening $<^{B;C}$ en de gevolgtrekkingsrelatie $\Sigma \models_{B;C} \varphi$.) (7 ptn.)
- Bewijs dat $\{\forall x(\neg(A(x) \vee B(x)) \rightarrow C(x)), \neg A(s)\} \models_{B;C} C(s)$. (8 ptn.)

Opgave 6 Zij $A = \{a, b, c\}$ en zij $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ de A -modellen gedefinieerd door onderstaande plaatjes:



- Geldt $\mathcal{M}, v \rightleftharpoons \mathcal{M}', w'$? Leg kort uit waarom niet of geef de bisimulatie. (4 ptn.)
- Geldt $\mathcal{M}, u \rightleftharpoons \mathcal{M}', u'$? Leg kort uit waarom niet of geef de bisimulatie. (4 ptn.)
- Geef een onderscheidende formule voor de punten u uit $\mathcal{M}$ en u' uit $\mathcal{M}'$, d.w.z. een modale PDL-formule φ zo dat $\mathcal{M}, u \models \varphi$ en $\mathcal{M}', u' \not\models \varphi$. (4 ptn.)
- Bestaat er ook een onderscheidende formule voor de punten v uit $\mathcal{M}$ en w' uit $\mathcal{M}'$? Motiveer uw antwoord. (4 ptn.)

Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is een tiende van het aantal punten, plus één. Met ingeleverde huiswerkopgaven kan nog een half punt worden verdiend (hoogstens een tien).