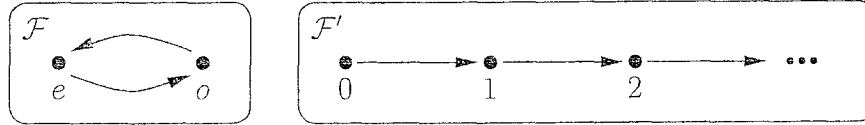




Opgave 1 Beschouw de uitbreiding van de modale basistaal met een nieuwe modale operator '!'; de semantiek van deze operator wordt gegeven door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash !\varphi \iff \mathcal{M}, s \Vdash \varphi \text{ en er is geen } t \neq s \text{ zo dat } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi.$$

Beschouw verder de frames $\mathcal{F} = (\{e, o\}, \{(e, o), (o, e)\})$ en $\mathcal{F}' = (\mathbb{N}, S)$ met $S = \{(n, n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}$:



- Is de formule $(!p) \rightarrow \Box(\Diamond p \rightarrow p)$ geldig in $\mathcal{F}$? (Leg uit!) (5 ptn.)
- Is de formule $(!p) \rightarrow \Box(\Diamond p \rightarrow p)$ geldig in $\mathcal{F}'$? (Leg uit!) (5 ptn.)
- Bewijs dat de formule $!p$ niet equivalent kan zijn met een formule in de modale basistaal. (10 ptn.)
(Hint: associeer met een valuatie op $\mathcal{F}$ een valuatie op $\mathcal{F}'$ en pas de invariantiestelling toe.)
- Formuleer de Stelling van Hennessy & Milner. (3 ptn.)

Opgave 2

- Formuleer de volledigheidstelling voor het systeem T^n ? (5 ptn.)
- Bewijs dat $\vdash_{T^n} \neg K_i K_i p \rightarrow K_i \neg K_i p$. (7 ptn.)
- Wat zijn de extra axioma's van $S5^n$ ten opzichte van T^n ? (2 ptn.)
- Geef een $S5^n$ -afleiding die bewijst dat $\vdash_{S5^n} \neg K_i K_i p \rightarrow K_i \neg K_i p$. (8 ptn.)

Opgave 3

- Wat is een temporeel frame? (Geef de definitie.) (4 ptn.)
- Geef de semantiek (waarheidsdefinitie) van de tweeplaatsige until-operator $\mathcal{U}$. (4 ptn.)
- Zij $\varphi = \Diamond \Diamond q \rightarrow \Diamond(\perp \mathcal{U} q)$.
Is φ geldig in het temporele frame $(\mathbb{Z}, <)$?
Is φ geldig in het temporele frame $(\mathbb{R}, <)$?
(Motiveer je antwoorden.) (12 ptn.)
- Noem een conceptueel verschil tussen een exogeen formalisme (PDL) en een endogeen formalisme (computationele temporele logica) voor het redeneren over computerprogramma's. (3 ptn.)

Opgave 4 In deze opgave veronderstellen we de eerste-orde taal met als niet-logische symbolen de unaire predikaatsymbolen A , B en C en het constantesymbool s .

- Bewijs dat $\{\forall x(\neg(A(x) \vee B(x)) \rightarrow C(x)), \neg A(s)\} \not\models_B C(s)$ door een tegenmodel te geven. (7 ptn.)
- Wanneer is een formule φ een $<^{B,C}$ -minimaal gevolg van een verzameling van formules Σ ?
(Geef de definities van de ordening $<^{B,C}$ en de gevolgtrekkingsrelatie $\Sigma \models_{B,C} \varphi$.) (7 ptn.)
- Bewijs dat $\{\forall x(\neg(A(x) \vee B(x)) \rightarrow C(x)), \neg A(s)\} \models_{B,C} C(s)$. (8 ptn.)

Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten, plus één. Als aan de eis m.b.t. ingeleverde huiswerkopgaven is voldaan, wordt dit tentamencijfer nog verhoogd met een half (met dien verstande dat het hoogst te behalen cijfer een tien is).