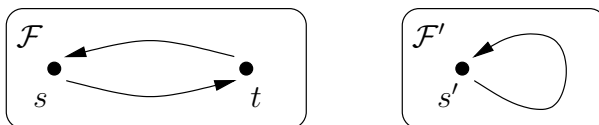


Opgave 1 In deze opgave beschouwen we de uitbreiding van de modale basistaal met de zogenaamde *difference operator* D ; de semantiek van deze operator wordt gegeven door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash D\varphi \iff \text{er is een } t \neq s \text{ zo dat } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi.$$

Zij verder $\mathcal{F}$ en $\mathcal{F}'$ de frames gedefinieerd door onderstaande plaatjes:

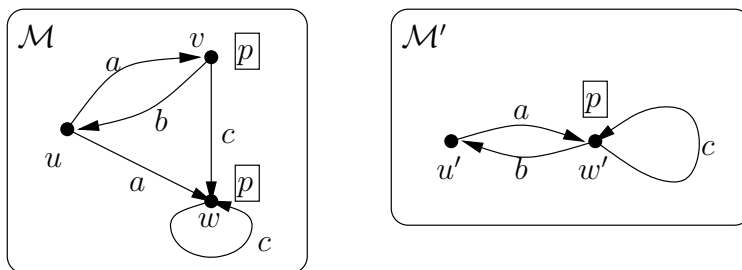


- Is de formule $\Diamond p \rightarrow Dp$ geldig in $\mathcal{F}$? (Leg uit!) (6 ptn.)
- Is de formule $\Diamond p \rightarrow Dp$ geldig in $\mathcal{F}'$? (Leg uit!) (6 ptn.)
- Bewijs dat de formule $\Diamond p \rightarrow Dp$ de klasse van irreflexieve frames karakteriseert. (Een frame $\mathcal{F} = (W, R)$ is *irreflexief* als $\forall x. \neg Rxx$.) (10 ptn.)

Opgave 2

- Formuleer de volledighedsstelling voor het systeem $S4^n$? (5 ptn.)
- Bewijs dat $\vdash_{S4^n} K_i \neg K_i p \vee p$. (7 ptn.)
- Geef het waarheidsaxioma (A1) en het axioma voor negatieve introspectie (A3). (4 ptn.)
- Geef een $S5^n$ -afleiding die bewijst dat $\vdash_{S5^n} K_i \neg K_i p \vee p$. (Hint: $(\neg q \rightarrow r) \rightarrow (q \vee r)$ is een klassieke tautologie.) (7 ptn.)

Opgave 3 Zij $A = \{a, b, c\}$ en zij $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ de A -modellen gedefinieerd door onderstaande plaatjes:



- Leg kort uit waarom $\mathcal{M}, w \not\equiv \mathcal{M}', w'$, en concludeer vervolgens dat $\mathcal{M}, u \not\equiv \mathcal{M}', u'$. (5 ptn.)
- Geef een onderscheidende formule voor de punten u uit $\mathcal{M}$ en u' uit $\mathcal{M}'$, d.w.z. een modale formule over A waarmee kan worden aangetoond dat $\mathcal{M}, u \not\equiv \mathcal{M}', u'$. (5 ptn.)
- Zij $\widehat{\mathcal{M}}$ de PDL-uitbreiding van het linkermodel $\mathcal{M}$; bereken de toegankelijkheidsrelaties $\widehat{R}_\alpha$, $\widehat{R}_\beta$ en $\widehat{R}_\gamma$ van $\widehat{\mathcal{M}}$ die horen bij de PDL-programma's $\alpha = (a \cup b)$, $\beta = (a \cup b)^*$ en $\gamma = (a \cup b)^*; c$. (9 ptn.)
- Is de PDL-formule $[(a \cup b)^*; c]p$ waar in de PDL-uitbreiding $\widehat{\mathcal{M}}$ van $\mathcal{M}$? (4 ptn.)

ZIE OMMEZIJDE!!!

Opgave 4 In deze opgave veronderstellen we de eerste-orde taal met als niet-logische symbolen de unaire predikaatsymbolen A , B en C en het constantesymbool s .

- a) Bewijs dat $\{\forall x(A(x) \rightarrow (B(x) \vee C(x))), A(s)\} \not\models_B \neg B(s)$ door een tegenmodel te geven. (7 ptn.)
- b) Wanneer is een formule φ een $<^{B;C}$ -minimaal gevolg van een verzameling van formules Σ ?
(Geef de definities van de ordening $<^{B;C}$ en de gevolgtrekkingsrelatie $\Sigma \models_{B;C} \varphi$.) (7 ptn.)
- c) Bewijs dat $\{\forall x(A(x) \rightarrow (B(x) \vee C(x))), A(s)\} \models_{B;C} \neg B(s)$. (8 ptn.)

Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten, plus één. Als aan de eis m.b.t. ingeleverde huiswerkopgaven is voldaan, wordt dit tentamencijfer nog verhoogd met een half (met dien verstande dat het hoogst te behalen cijfer een tien is).