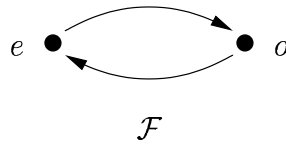


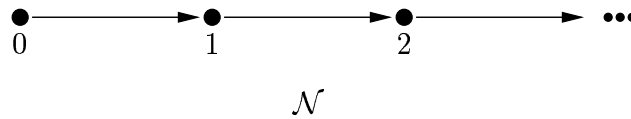
Opgave 4

- a) Wanneer is modale formule φ geldig in frame $\mathcal{F}$? (Geef de definitie van geldigheid.) (5 ptn.)
 b) Beschouw het frame $\mathcal{F} = (\{e, o\}, \{(e, o), (o, e)\})$; $\mathcal{F}$ kan als volgt worden gevisualiseerd:



Bewijs dat de modale formule $p \rightarrow \Box \Diamond p$ geldig is in $\mathcal{F}$. (5 ptn.)

- c) Beschouw vervolgens het frame $\mathcal{N} = (\mathbb{N}, S)$, waarbij $\mathbb{N}$ de verzameling van natuurlijke getallen en $S = \{(n, n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}$; $\mathcal{N}$ kan als volgt worden gevisualiseerd:



Is de modale formule $p \rightarrow \Box \Diamond p$ geldig in $\mathcal{N}$? (Motiveer je antwoord!) (5 ptn.)

Opgave 5 In deze opgave zijn $\mathcal{F}$ en $\mathcal{N}$ de frames gedefinieerd in Opgave 4.

- a) Bewijs dat de relatie

$$Z = \{(e, 2n), (o, 2n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

een bisimulatie is tussen de frames $\mathcal{F}$ en $\mathcal{N}$. (5 ptn.)

- b) Laat zien dat er voor iedere valuatie π op $\mathcal{F}$ een valuatie τ op $\mathcal{N}$ bestaat zó dat de relatie Z uit onderdeel (a) een bisimulatie is tussen de modellen $(\mathcal{F}, \pi)$ en $(\mathcal{N}, \tau)$. (5 ptn.)
 c) Een binaire relatie R is *asymmetrisch* als $\forall xy(Rxy \rightarrow \neg Ryx)$. Leg aan de hand van onderdeel (b) uit waarom geen enkele formule uit de modale basistaal de klasse van asymmetrische frames karakteriseert. (5 ptn.)

Opgave 6

- a) Leid af dat $\vdash_T \neg K(p \wedge \neg p)$. (Hint: $\neg(p \wedge \neg p)$ is een propositionele tautologie.) (8 ptn.)
 b) Geef axioma's (A2) en (A3) (de zogenaamde introspectie-axioma's). (7 ptn.)