

Tentamen Voortgezette Logica deel I: Procesalgebra 8 Mei 2002

Voor het deel Procesalgebra zijn er 3 opgaven, 1, 2 en 3. Voor het gedeelte over Modale Logica zijn er ook 3 opgaven, 4, 5 en 6. Bij elke opgave is het aantal te behalen punten aangegeven. In totaal kunnen 90 punten behaald worden. 10 punten zijn gratis. Het eindcijfer is het aantal punten gedeeld door 10. Pagina 3 bevat de axioma's van ACP.

Opgave 1. [15 punten]

Gegeven zijn atomaire acties a, b . Bekijk (in PA) het proces X met recursieve definitie

$$X = (aa \parallel b).X.$$

- (a) Geef een equivalente definitie van het proces X in BPA.
- (b) Teken de procesgraaf van proces X .
- (c) Teken ook de procesgraaf van het recursief gedefiniëerde proces

$$Y = (a \parallel b).Y.$$

Laat zien dat de procesgraaf van X niet bisimilaair is met die van Y .

Opgave 2. [15 punten]

We werken in ACP.

- (a) Gegeven zijn atomaire acties a, b, c, d , met communicaties $b \mid c = d$, andere communicaties triviaal. Bereken met de axioma's van ACP (de tabel van ACP is ingesloten op pag.3):

$$\partial_H ((ab + ba) \parallel c)$$

met $H = \{b, c\}$.

- (b) Bereken de uitkomst van deze term ook met behulp van procesgrafieën. Maak duidelijke, grote figuren.

Opgave 3. [15 punten]

- (a) Bekijk weer het proces Y met $Y = (a \parallel b).Y$, uit Opgave 1. We laten dit proces

communiceren met het proces Z gedefiniëerd door $Z = c.Z$, met communicaties $b \mid c = d$, andere communicaties triviaal. Het totale proces U is $\partial_H(Y \parallel Z)$ met $H = \{b, c\}$. Geef zonder te rekenen een recursievergelijking voor proces U (alleen antwoord volstaat; het antwoord van Opgave 2 kan behulpzaam zijn).

(b) We werken in BPA. Het proces X is gedefiniëerd door $X = aXXX + aXX$. Wat stelt het proces X voor, en is er een eenvoudigere recursieve vergelijking voor hetzelfde proces te geven?

(c) We werken nu in ACP, met atomaire acties a, b, c, d . Gegeven zijn drie processen gedefiniëerd door

$$X = abcX,$$

$$Y = acbY,$$

$$Z = bacZ.$$

met communicaties $b \mid c = d$ en $a \mid b = d$. Andere communicaties zijn triviaal, dus δ . Verder is $H =$

$\{a, b, c\}$. Welke van de vijf processen

$$\partial_H(X \parallel Y)$$

$$\partial_H(Y \parallel Z)$$

$$\partial_H(Z \parallel X)$$

$$\partial_H(X \parallel X)$$

$$\partial_H(Z \parallel Z)$$

vertoont deadlock gedrag (d.w.z. heeft een trace dat in δ eindigt)? Alleen antwoord (ja/nee, vijfmaal) volstaat.

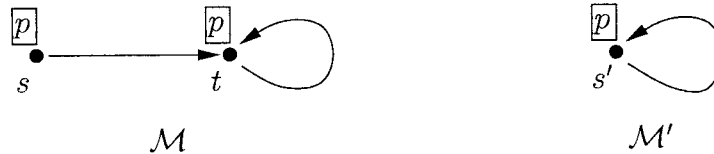
Opgave 4 We voegen een nieuwe modale operator ‘!’ toe aan de modale basistaal. De semantiek van deze nieuwe operator wordt gegeven door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash !\varphi \iff \mathcal{M}, s \Vdash \varphi \text{ en } \mathcal{M}, t \nVdash \varphi \text{ voor alle } t \neq s.$$

(Dus, $!\varphi$ betekent ‘alleen hier φ ’)

- Wanneer karakteriseert een modale formule φ een klasse van frames K ? (Geef de definitie van karakteriseerbaarheid.) (5 ptn.)
- Bewijs dat de formule $!p \rightarrow \Box \neg p$ de klasse van irreflexieve frames karakteriseert. (10 ptn.)

Opgave 5 Beschouw de volgende modellen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$:



- Is de formule $p \rightarrow \Diamond p$ waar in $\mathcal{M}$? Is de formule $p \rightarrow \Diamond p$ geldig in het frame $(\{s, t\}, \{(s, t), (t, t)\})$ waarop $\mathcal{M}$ is gebaseerd? (5 ptn.)
- Definieer een relatie Z tussen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ die aantoont dat $\mathcal{M}, s \not\cong \mathcal{M}', s'$. (Motiveer je antwoord door te laten zien dat Z inderdaad voldoet aan de drie voorwaarden van de definitie van bisimulatie tussen modellen) (5 ptn.)
- Beschouw nu weer de nieuwe modale operator ‘!’ gedefinieerd in Opgave 4. Leg aan de hand van onderdeel b van deze opgave (Opgave 5) uit waarom de formule $!p$ niet equivalent kan zijn met een formule uit de modale basistaal. (5 ptn.)

Opgave 6

- Geef axioma (A1) (het waarheidsaxioma) van het afleidingssysteem T . (5 ptn.)
- De regel

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{K\varphi \rightarrow K\psi} \quad (D)$$

is een afgeleide regel van het systeem K . Is het ook een afgeleide regel van het systeem T ? (Motiveer je antwoord.) (5 ptn.)

- Laat zien dat $\vdash_T K\neg p \rightarrow K\neg Kp$. (5 ptn.)

