



Opgave 1

In deze opgave beschouwen we de uitbreiding van de modale basistaal met de zogenaamde “meerdere” operator $\boxtimes$; de semantiek van deze operator wordt gegeven door:

$\mathcal{M}, s \Vdash \boxtimes \varphi \iff$ er zijn werelden t_1, t_2 met Rst_1, Rst_2 en $t_1 \neq t_2$ en zo dat $\mathcal{M}, t_1 \Vdash \varphi$ en $\mathcal{M}, t_2 \Vdash \varphi$

De modellen $\mathcal{M} = (W, R, \pi)$ en $\mathcal{M}' = (W', R', \pi')$ zijn als volgt gedefinieerd. (Teken de plaatjes!)

$$\begin{array}{lll} W = \{s, t\} & R = \{\langle s, t \rangle\} & \pi(s)(p) = 0, \pi(t)(p) = 1 \\ W' = \{s', t', u'\} & R' = \{\langle s', t' \rangle, \langle s', u' \rangle\} & \pi'(s')(p) = 0, \pi'(t')(p) = \pi'(u')(p) = 1 \end{array}$$

- Geef een bisimulatie tussen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ zo dat $\mathcal{M}, s \leftrightarrow \mathcal{M}', s'$. (6 ptn.)
- Bewijs dat de formule $\boxtimes p$ niet equivalent kan zijn met een formule in de modale basistaal. (10 ptn.)

Opgave 2

- Leg uit wat het betekent dat een modale formule φ een klasse K van frames karakteriseert. (4 ptn.)
 - Geef voor de klassen van frames gedefinieerd door de volgende eigenschappen karakteriserende formules. Geen motivatie nodig.
 - Reflexief
 - Transitief
 - Voortzettend (of “serieel”: $\forall x \exists y Rxy$)
 - Functioneel
- (8 ptn.)

Opgave 3

- Bewijs dat $\vdash_{S4^n} \neg K_i \neg K_i p \rightarrow p$. (8 ptn.)
- Geef het axioma voor negatieve introspectie (A3) en het distributie-axioma (DB). (4 ptn.)
- Geef een $S5^n$ -afleiding die bewijst dat $\vdash_{S5^n} \neg K_i \neg K_i p \rightarrow K_i p$.
(Hint: $(\neg q \rightarrow r) \rightarrow (\neg r \rightarrow q)$ is een klassieke tautologie.) (6 ptn.)
- Geef een T^n -afleiding die bewijst dat $\vdash_{T^n} K_i p \rightarrow K_i(p \vee q)$. (4 ptn.)

ZIE OMMEZIJDE!!!

Opgave 4

Laat $\Sigma = \{\forall x(Ax \vee Px), \forall x(Ax \rightarrow \neg Bx)\}$.

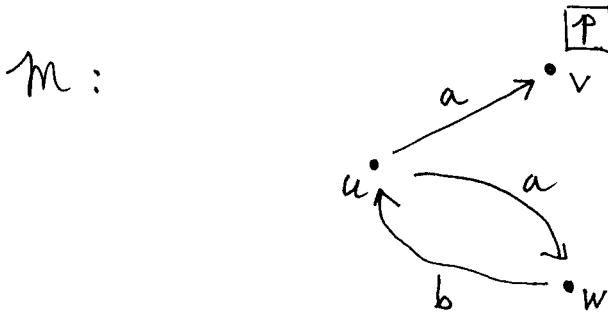
Beschouw het model $\mathcal{M}$ met $\text{domein}(\mathcal{M}) = \{s, t, u\}$, $A^{\mathcal{M}} = \{t\}$, $B^{\mathcal{M}} = \{s\}$ en $P^{\mathcal{M}} = \{s, u\}$.

- Is $\mathcal{M}$ een $<^P$ -minimaal model voor Σ ? Motiveer het antwoord. (NB: Bij het antwoord nee is het voldoende een model $\mathcal{M}'$ aan te geven met $\mathcal{M}' <^P \mathcal{M}$.) (6 ptn.)
- Is $\mathcal{M}$ een $<^{P;A}$ -minimaal model voor Σ ? Motiveer het antwoord. (NB: Bij het antwoord nee is het voldoende een model $\mathcal{M}''$ aan te geven met $\mathcal{M}'' <^{P;A} \mathcal{M}$.) (6 ptn.)
- Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_P \forall x(Ax \vee Bx)$ geldig is. (6 ptn.)
- Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_{P;A} \forall x(Ax \vee Bx)$ geldig is. (6 ptn.)

Opgave 5

Zij $A = \{a, b\}$. Het A -model $\mathcal{M}$ wordt gedefinieerd door het hieronder getekende plaatje. Zij $\widehat{\mathcal{M}}$ de PDL-uitbreiding van $\mathcal{M}$.

- Bereken de toegankelijkheidsrelatie $\widehat{R}_\alpha$ van $\widehat{\mathcal{M}}$ die hoort bij het PDL-programma $\alpha = (a \cup b)$. (3 ptn.)
- Bereken de toegankelijkheidsrelatie $\widehat{R}_\beta$ van $\widehat{\mathcal{M}}$ die hoort bij het PDL-programma $\beta = (a \cup b)^*$. (3 ptn.)
- Is de PDL-formule $[(a \cup b)^*]p$ waar in de PDL-uitbreiding $\widehat{\mathcal{M}}$ van $\mathcal{M}$? Motiveer het antwoord. (4 ptn.)
- Geef een PDL-programma γ zo dat de PDL-formules $[\gamma]p$ en $\langle \gamma \rangle p$ waar zijn in $\widehat{\mathcal{M}}$. (6 ptn.)



Er zijn in totaal negentig punten te behalen. Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten, plus één. Als aan de eis m.b.t. ingeleverde huiswerkopgaven is voldaan, wordt dit tentamencijfer nog verhoogd met een half (met dien verstande dat het hoogst te behalen cijfer een tien is).