

Hertentamen Verzamelingen en Kansrekening voor BWI

8 februari 2011, 18:30–21:15

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven. Er zijn in totaal 50 punten te behalen. Het gebruik van een eenvoudige rekenmachine is toegestaan. Elk antwoord dient vergezeld te gaan van een duidelijke toelichting!

1. Kasper heeft 48 boeken: 12 met een rode kaft, 12 met een blauwe kaft, 12 met een witte kaft, en 12 met een zwarte kaft. Hij heeft ook een boekenkast met 4 planken. Op elke plank passen precies 12 boeken. Kasper zet de boeken in volstrekt willekeurige volgorde in zijn kast.

(a) [4 punten] Stel een uitkomstenruimte S op voor deze situatie, zodanig dat elke uitkomst dezelfde kans heeft, en geef ook $\#S$.

(b) [4 punten] Beschrijf de gebeurtenis

$A := \{\text{geen enkel boek op de bovenste plank is rood}\}$

als deelverzameling van S , bepaal $\#A$, en bereken daarmee $P(A)$.

(c) [5 punten] Bereken de kans dat op de onderste plank 5 rode, 5 blauwe, en 2 zwarte boeken staan.

(d) [5 punten] Bereken de kans dat alle rode boeken verspreid staan over precies 2 planken (de rode boeken mogen dus niet allemaal op één plank staan, en ook niet verspreid over 3 of 4 planken).

2. Beschouw het volgende spel. Er zijn twee vazen. In elke vaas zit een aantal rode ballen en een aantal groene ballen. Het is bekend dat er aan het begin van het spel 2 rode en 2 groene ballen in vaas 2 zitten. Een speler trekt eerst een willekeurige bal uit vaas 1, en stopt deze in vaas 2. Daarna trekt de speler een willekeurige bal uit vaas 2. Het is ook bekend dat de tweede bal die een speler van dit spel trekt met kans $21/40$ groen zal zijn.

(a) [5 punten] Toon aan: de kans dat de eerste getrokken bal rood is, is $3/8$.

(b) [5 punten] Bereken de conditionele kans dat de eerste getrokken bal groen was, gegeven dat de tweede getrokken bal ook groen is.

3. Esther gooit met twee dobbelstenen. Bekijk de gebeurtenissen

$A := \{\text{Esther gooit tenminste één 3}\};$

$B := \{\text{de som van de gegooide aantallen ogen is oneven}\}.$

(a) [5 punten] Onderzoek of de gebeurtenissen A en B onafhankelijk zijn.

Als het totale aantal ogen dat Esther met de twee dobbelstenen tezamen gooit even is, geeft Jur haar een bedrag in Euro dat gelijk is aan deze som van de ogen. Anders geeft Jur haar niets. Laat Z het bedrag zijn dat Esther van Jur ontvangt.

(b) [2 punten] In onderstaande tabel staat horizontaal de uitkomst van dobbelsteen 1 uitgezet, en verticaal die van dobbelsteen 2. Zo kun je bij elke uitkomst van Esther's worp het bedrag Z noteren dat zij van Jur ontvangt. Drie bedragen zijn al ingevuld. Maak de tabel verder af.

worp 1:		1	2	3	4	5	6
worp 2:	1	2	0				
	2	0					
	3						
	4						
	5						
	6						

(c) [5 punten] Bepaal de waardenverzameling, de kansmassafunctie en de verwachting van Z .

4. Een boer verkoopt eieren van de kippen die op zijn erf lopen. Op één dag leggen zijn kippen een aantal eieren X dat Poisson is verdeeld met een gemiddelde van 16 eieren per dag. Hoe meer eieren de boer op een dag heeft, hoe minder geld hij kan vragen per ei: uit ervaring weet dat boer dat hij per ei $10 \cdot (3/4)^X$ Euro kan vragen, als X het aantal eieren is. Als hij alle eieren op een dag verkoopt, verdient hij dus $10 \cdot X \cdot (3/4)^X$ Euro.

(a) [2 punten] Geef de waardenverzameling en kansmassafunctie van X .

(b) [4 punten] Bereken het verwachte bedrag dat de boer op één dag met de eieren verdient.

(c) [4 punten] Bereken de variantie van dit bedrag.

Aanwijzing: gebruik de wet van de onbewuste statisticus, en schrijf om naar de kansmassafunctie van een Poisson-verdeling met parameter $\lambda = 9$.