

**Dit is het tentamen voor het vak:
Verzamelingen en Algebra 1**

1. In deze opgave zijn A en B deelverzamelingen van X . Bewijs of weerleg:
 - (a) Als $A \cup B = X$, dan $X \setminus B \subset A$,
 - (b) Als $A \cap B = X$, dan $A \subset X \setminus B$.
2. Bewijs de volgende bewering met behulp van inductie. Voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

3. Een relatie $\sim$ op $\mathbb{R}$ is als volgt gedefinieerd:

$$x \sim y \quad \stackrel{\text{def}}{\iff} \quad |x - y| < 3.$$

Bewijs of weerleg: De relatie $\sim$ is een equivalentierelatie.

4.
 - (a) Toon aan: Als $f : X \rightarrow Y$ en $g : Y \rightarrow Z$ beide injectieve functies zijn, dan is $g \circ f$ injectief.
 - (b) Geef een bijjectie tussen de volgende twee verzamelingen: $(0, 1)$ en $[0, 1]$. [Het antwoord volstaat.]
5. In deze opgave is A een niet-lege begrensde deelverzameling van $\mathbb{R}$. Toon aan: Als A open is en $x = \sup A$, dan geldt $x \notin A$.
6. In deze opgave is A een niet-lege begrensde deelverzameling van $\mathbb{R}$ en x is een element van $\mathbb{R}$.
 - (a) Geef de definitie van de volgende uitspraak: x is een limietpunt van A .
 - (b) Toon aan: Als $x = \sup A$ en $x \notin A$, dan is x een limietpunt van A .
7.
 - (a) Toon aan: De verzameling $\mathbb{N}$ is een gesloten deelverzameling van $\mathbb{R}$.
 - (b) Van een bijjectie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven dat $f(1/n) = n$ voor alle $n \in \mathbb{N}$. Laat met behulp van het vorige onderdeel zien dat f niet continu is.

Z.O.Z.

Normering:

1 : a) 3 b) 3	2 : 4	3 : 3	4 : a) 4 b) 3	5 : 4	6 : a) 3 b) 4	7 : a) 2 b) 3
6	4	3	7	4	7	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{aantal punten}}{4} + 1$$