

1. In het x, y vlak wordt de kromme C gegeven door $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, waarbij t van 0 tot $\frac{\pi}{2}$ loopt. Gegeven is ook dat $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 t \, dt = \frac{3\pi}{16}$ en $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 t \, dt = \frac{5\pi}{32}$.

(i) Schets C en bereken de lengte van C .

(ii) Bereken de oppervlakte van het gebied ingesloten door C , de x -as en de y -as.

2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door $\mathbf{F} = (z + \cos x)\mathbf{i} + (yz)\mathbf{j} + (\sin z)\mathbf{k}$. De kromme C is de doorsnijding van de eenheidsbol $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en het vlak $x = 0$. Kies een orientatie van C en bereken

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_C (z + \cos x)dx + yzdy + \sin z dz.$$

3. Laat $A > 0$ en laat $R : [0, 2\pi] \rightarrow (-A, \infty)$ een continu differentieerbare functie zijn met $R(0) = R(2\pi)$. In de x, y, z ruimte wordt het oppervlak S gegeven door

$$x = (A + R(\phi) \cos \theta) \cos \phi, \quad y = (A + R(\phi) \cos \theta) \sin \phi, \quad z = R(\phi) \sin \theta;$$

waarbij $0 \leq \phi \leq 2\pi$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Leid met behulp van een oppervlakteintegraal af dat de inhoud van de door S begrensde donut gegeven wordt door

$$\pi A \int_0^{2\pi} R(\phi)^2 d\phi.$$

4. Het oppervlak S wordt gegeven door $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. De orientatie van S wordt vastgelegd door in het punt $(0, 0, 1)$ de normaal gelijk te kiezen aan de derde basisvector $\mathbf{k}$. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door $\mathbf{F} = (y^3 z^2 + x^2)\mathbf{i} + (x^4 z^2 + y)\mathbf{j} + (y^3 + z)\mathbf{k}$. Bereken

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int \int_S (y^3 z^2 + x^2) dydz + (x^4 z^2 + y) dzdx + (y^3 + z) dxdy.$$

Normering: 2 punten voor 2 en 4, 3 punten voor 1 en 3, eindcijfer maximaal 10.