

Datum: 31 maart 2005, 13.30-15.30

Aantal opgaven: 4

Beantwoordingsinstructie: werk netjes en schrijf duidelijk.

1. In het  $x, y$  vlak wordt de kromme  $C$  gegeven door  $x = \cos^2 t$ ,  $y = \sin^2 t$ , waarbij  $t$  van 0 tot  $\frac{\pi}{2}$  loopt. Het gebied  $D$  wordt ingesloten door  $C$ , en de  $x$ - en de  $y$ -as.

(i) Schets de kromme  $C$  en bereken de lengte van de kromme  $C$ .

(ii) Bereken de oppervlakte van  $D$  met behulp van een lijnintegraal.

2. Het vectorveld  $\mathbf{F}$  wordt gegeven door  $\mathbf{F} = z(y+1)\mathbf{i} + x(z+1)\mathbf{j} + y(x+1)\mathbf{k}$ . De kromme  $C$  is de doorsnijding van de eenheidsbol  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  en het vlak  $3x - 2y - z = 0$ . Kies een orientatie van  $C$  en bereken

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_C z(y+1)dx + x(z+1)dy + y(x+1)dz.$$

3. In de  $x, y, z$  ruimte wordt het oppervlak  $S$  gegeven door

$$x = (2 + \sin \phi \sin \theta) \cos \phi, \quad y = (2 + \sin \phi \sin \theta) \sin \phi, \quad z = \sin \phi \cos \theta;$$

waarbij  $0 \leq \phi \leq \pi$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Bereken met behulp van een oppervlak-teintegraal de inhoud van de door  $S$  begrensde croissant.

4. Het oppervlak  $S$  wordt gegeven door  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  en  $z \geq 0$ . De orientatie van  $S$  wordt vastgelegd door in het punt  $(0, 0, 1)$  de normaal gelijk te kiezen aan de derde basisvector  $\mathbf{k}$ . Het vectorveld  $\mathbf{F}$  wordt gegeven door  $\mathbf{F} = x \exp(z) \mathbf{i} + 2y \exp(z) \mathbf{j} - 3 \exp(z) \mathbf{k}$ . Bereken

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int \int_S x \exp(z) dydz + 2y \exp(z) dzdx - 3 \exp(z) dxdy.$$

**Normering:** 2 à 3 punten per som, eindcijfer maximaal 10.