

Faculteit Exacte Wetenschappen
Vrije Universiteit

Hertentamen
Vectorcalculus
voor studenten Wiskunde en Natuurkunde

Datum: 1 juli 13.30-15.30 2004

Aantal opgaven: 4

Beantwoordingsinstructie: licht Uw antwoorden duidelijk toe.

Normering: elke som 2.5.

1. De kromme C wordt gegeven door $x = \sin t$, $y = t^2$, waarbij t van 0 tot π loopt. Schets de kromme C en bereken de oppervlakte van het gebied D dat begrensd wordt door C en het lijnstuk $\{(0, y) : 0 \leq y \leq \pi^2\}$.

2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door

$$\mathbf{F} = z \mathbf{i} + y \mathbf{j} + x^2 \mathbf{k}.$$

De kromme C wordt gegeven door $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$, waarbij t van 0 tot 1 loopt. Bereken

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_C z dx + y dy + x^2 dz.$$

3. In de x, y, z ruimte wordt de verzameling D gegeven door $0 \leq z \leq (r-1)(2-r)$, waarbij $1 \leq x^2 + y^2 = r^2 \leq 4$. Bereken de inhoud van D .

4. Het oppervlak S wordt gegeven door $z = (r-1)(2-r)$, waarbij $1 \leq x^2 + y^2 = r^2 \leq 4$. De orientatie van S wordt vastgelegd door de z -coördinaat van de normaal positief te kiezen. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door

$$\mathbf{F} = xz \mathbf{i} + yz \mathbf{j} + z(1-z) \mathbf{k}.$$

Bereken

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int \int_S xz dydz + yz dzdx + z(1-z) dxdy.$$

Hint: gebruik de divergentiestelling en het antwoord van 3.