

Vrije universiteit, FEW
Divisie Wiskunde en Informatica

Tentamen Termherschrijfsystemen vrijdag 25 juni 1999, 09.30-12.30

(Er zijn 3 bladzijden met 8 opgaven. De eerste 7 opgaven tellen elk voor 12 punten.
Opgave 8 voor 6 punten. Bij voldoende deelname aan het werkcollege kunnen 5 punten verdiend zijn. U krijgt 10 punten gratis. Het cijfer wordt bepaald door het puntentotaal door 10 te delen.)

Opgave 1.

- (i) Bewijs dat voor elke ARS geldt: $UN \rightarrow \& WN \Rightarrow CR$.
- (ii) Geef een tegenvoorbeeld voor de omgekeerde implicatie.

Opgave 2. R_1 is de TRS met reductieregels

$$\begin{aligned} C(x) &\rightarrow D(x, C(x)) \\ A &\rightarrow C(A). \end{aligned}$$

- (i) Bewijs dat $R_1 \models CR$.
- (ii) Zij R_2 de TRS bestaande uit de ene regel $D(x, x) \rightarrow E$. Bewijs dat $R_2 \models CR$.
- (iii) In een werkcollege-opgave is bewezen dat $R_1 \cup R_2$ niet CR is. Leg uit waarom dit niet in tegenspraak is met het feit dat de CR eigenschap modulair is.

Opgave 3. Gegeven is de TRS R met regels

$$\begin{aligned} a(a(x)) &\rightarrow b(x) \\ b(b(x)) &\rightarrow x \\ b(a(x)) &\rightarrow a(b(x)) \end{aligned}$$

- (i) Is R een OTRS?
- (ii) Wat zijn de normaalvormen van R ?
- (iii) Bewijs dat R de eigenschap WCR heeft.
- (iv) Bewijs dat R de eigenschap SN heeft.

Opgave 4.

R_1 en R_2 zijn SRSen (string rewrite systemen) met disjunct alfabet.

(i) Bewijs dat

$$R_1 \cup R_2 \models \text{SN} \iff R_1 \models \text{SN} \ \& \ R_2 \models \text{SN} .$$

(ii) Bewijs dat

$$R_1 \cup R_2 \models \text{CR} \iff R_1 \models \text{CR} \ \& \ R_2 \models \text{CR} .$$

(iii) Geldt de equivalentie in (i) ook voor TRSen in plaats van SRSen?

Opgave 5. Bewijs dat de TRS met de regels

$$\begin{aligned} g(x) &\rightarrow f(f(x)) \\ h(f(x)) &\rightarrow g(g(x)) \end{aligned}$$

compleet is, dat wil zeggen, de eigenschappen CR en SN heeft.

Opgave 6.

(i) Geef de definitie van 'sterk convergerende oneindige reductie'.

(ii) Laat zien dat de term uit CL^∞ in bijgaande Figuur 1 (zie p.3) niet de eigenschap CR^∞ heeft. (In deze figuur zijn de sub-bomen gemerkt met α identiek.)

(iii) Heeft deze oneindige term een (eventueel oneindige) normaalvorm?

Opgave 7.

(i) Geef de definitie van de inbedbaarheidsrelatie (in dit tentamen genoteerd als $\ll$) op termen.

(ii) We definiëren dat een reductieregel $t \rightarrow s$ "zelf-inbeddend" is als $t \ll s$ geldt. (Linkerkant van de regel is inbedbaar in rechterkant.)

Laat zien dat de regel $f(f(x)) \rightarrow f(g(f(x)))$ zelf-inbeddend is.

(iii) Deze regel is SN, maar dat kan niet met RPO bewezen worden. Bewijs dat als een TRS een zelf-inbeddende regel bevat, SN niet met RPO kan worden bewezen.

Opgave 8. Completeer de TRS met de drie regels

$$\begin{aligned} a(b(c(x))) &\rightarrow x \\ a(b(x)) &\rightarrow x \\ b(c(x)) &\rightarrow x \end{aligned}$$

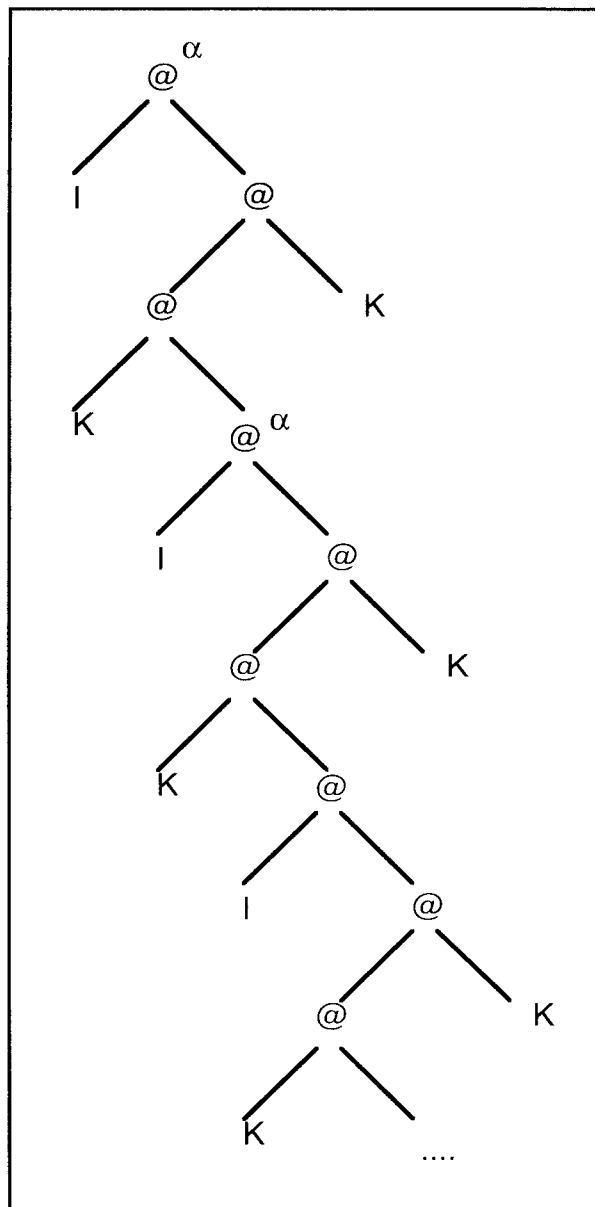


Figure 1