



Opgave 1. (12)

Laat met IPO zien dat de volgende éénregelige TRS SN is:

$$a(b(x, y)) \rightarrow b(a(x), b(a(y), x))$$

Opgave 2. (10 + 4)

- (a) Geef met behulp van de Knuth-Bendix methode een complete TRS voor de equationele specificatie

$$\begin{aligned} f(f(f(x))) &= g(x) \\ g(f(g(x))) &= f(x) \end{aligned}$$

TIP: schrijf geen haakjes. Kies een oriëntatie van de vergelijkingen waarbij één van de regels verlengend wordt. Let meteen op terminatie!

- (b) Is in deze specificatie de vergelijking $g(g(x)) = x$ geldig? (Motiveer je antwoord.)

Opgave 3. (4 + 4 + 8 + 4 + 4)

Beschouw de TRS

$$\begin{aligned} f(g(x), y) &\rightarrow f(x, f(y, x)) \\ a &\rightarrow b \\ b &\rightarrow c \end{aligned}$$

- (a) Is deze TRS confluent? Motiveer je antwoord.
(b) Geef een complete development van de term $f(g(b), g(a))$.
(c) Beschouw de divergerende reducties

$$\begin{aligned} f(g(a), g(b)) &\rightarrow f(a, f(g(b), a)) \rightarrow f(a, f(b, f(a, b))) \rightarrow f(a, f(c, f(a, b))) \\ f(g(a), g(b)) &\rightarrow f(g(a), g(c)) \end{aligned}$$

Construeer een volledig reductiediagram voor deze twee reducties door te tegelen met elementaire diagrammen (ed's).

Laat goed uitkomen welke ed's je hierbij gebruikt. TIP: Zorg voor voldoende ruimte, leg eventueel je papier dwars.

- (d) Wanneer zijn twee reducties permutatie-equivalent?
- (e) Verleng de twee divergerende reducties uit (c) zodanig dat de resulterende reducties permutatie-equivalent zijn. (Hier volstaat het antwoord.)

Opgave 4. (4 + 4 + 4 + 4)

Deze opgave gaat over CL.

- (a) Beschouw een fixed-point combinator Y als gegeven. Wat betekent het dat Y een fixed-point combinator is?
- (b) Laat zien dat de term $Y(SI)$ ook een fixed-point combinator is.
- (c) Bepaal de combinator $W \equiv [y]yyS$. (NB: een combinator is een term opgebouwd met S, K, I .)
- (d) Wat is de normaalvorm van de term WI ? (Beantwoord deze vraag zonder de reductie expliciet uit te voeren.)

Opgave 5. (3 + 4 + 3 + 3 + 3)

Reduceer in CL de term $K(SKKI)(II)$ naar normaalvorm met behulp van

- (a) De leftmost-outermost strategie $\mathbb{F}_{lm}$.
- (b) De full-substitution strategie $\mathbb{F}_{GK}$.
- (c) De parallel-innermost strategie.
- (d) Kun je een CL-term geven die wel een normaalvorm n heeft, maar zonder dat n gevonden wordt door de parallel-innermost strategie?
- (e) Dezelfde vraag, maar nu met de full-substitution strategie.

Opgave 6. (4 + 6)

Deze opgave gaat over ARSen.

- (a) Formuleer de driehoekseigenschap (TP) en de diamanteigenschap (DP).
- (b) Bewijs de implicaties $TP \Rightarrow DP \Rightarrow CR$.

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.