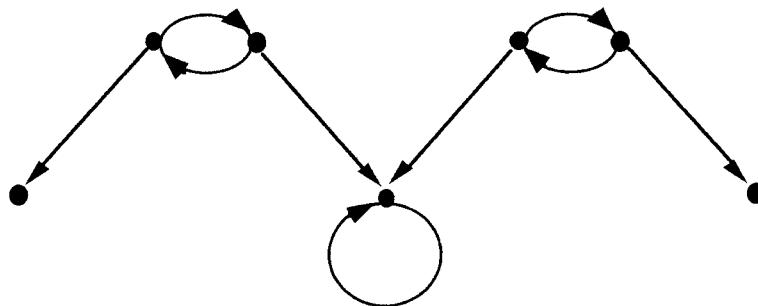


Tentamen Termherschrijfsystemen

13 augustus 1999

Waardering: 10 punten cadeau;
15 punten per opgave voor de opgaven 1 en 4;
10 punten per opgave voor de andere opgaven;
het cijfer is het totaal gedeeld door 10.
Er zijn drie bladzijden. Succes!

1. Beschouw de ARS met 7 elementen en met reducties als aangegeven in Figuur 1. Geef aan welke van de volgende vijf eigenschappen deze ARS heeft (alleen de antwoorden is genoeg): WN, SN, CR, WCR, $UN \rightarrow$.



Figuur 1

2. Beschouw de TRS R , met constanten a, b , binair functiesymbool f en met de regels:

$$f(a, x) \rightarrow f(x, x)$$

$$b \rightarrow a$$

- (a) Is R WN? CR? Motiveer je antwoorden.
- (b) De term T is gedefinieerd door: $T \equiv f(a, f(b, a))$.
- (i) Geef de redexen in T aan door hun kopsymbolen te onderlijnen.
- (ii) Geef een reductie aan vanuit T , waarin precies de redexen in T en hun residuen (descendants) gereduceerd worden (dwz een "complete development van T ").

3. Beschouw het volgende string rewrite system (of STS), met alfabet $\{0, 1\}$ en de twee regels:

$$(1) \quad 10 \rightarrow 0001$$

$$(2) \quad 01 \rightarrow 1$$

Laat zien dat deze STS de eigenschap SN heeft, met behulp van de RPO methode.

4. Gegeven is de TRS R met de twee reductieregels:

$$M(x, x) \rightarrow 0$$

$$M(S(x), x) \rightarrow S(0).$$

- (i) Is R orthogonaal? Links-lineair?
- (ii) Heeft R kritieke paren?
- (iii) Bewijs dat R SN is.
- (iv) Bewijs dat R WCR is.
- (v) Bewijs dat R CR is.

5. Zij R' de TRS met als enige regel: $A \rightarrow S(A)$.

- (i) Bewijs dat R' CR is.
- (ii) Beschouw de vereniging van de TRS R uit de vorige vraag (4) en R' . Noem deze vereniging, die dus drie reductieregels heeft, R'' . Laat zien dat R'' niet CR is, door de term $M(A, A)$ te reduceren naar zowel 0 als naar $S(0)$. Waarom is dat niet in strijd met de stelling van Toyama die zegt dat CR modulair is?

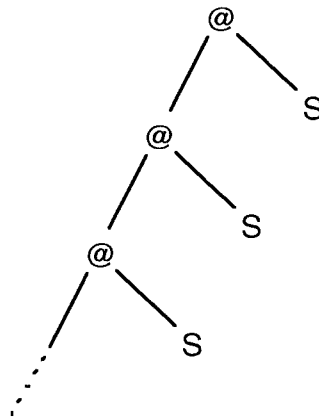
6. Beschouw de TRS R, met als enige regel: $a(b(a(x))) \rightarrow a(b(x))$.

Is deze TRS orthogonaal? Zwak orthogonaal? SN? CR?

7. Formuleer de stelling van Middeldorp - Rusinowitch en geef een toepassing van het gebruik.

8.(a) In de oneindige versie van CL is de term t als in Figuur 2 (op pag. 3) gegeven. Is t in (oneindige) normaalvorm?

(b) Geef de oneindige term die ontstaat door het kop-redex van t te reduceren.



Figuur 2