

Opgave 1 (8 + 8 punten)

- a) Geef de definitie van het begrip *kritieke paren van een termherschrijfsysteem*.
b) Geef de kritieke paren van het volgende termherschrijfsysteem:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A(x, B(x, y)) & \rightarrow A(y, x) \\ B(x, C(x, y)) & \rightarrow B(y, x) \\ A(x, x) & \rightarrow D \\ C(x, x) & \rightarrow D \end{array} \right.$$

Opgave 2 (8+8+8 punten)

- a) Bewijs terminatie van het volgende termherschrijfsysteem met behulp van de rpo-methode:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 + x & \rightarrow x \\ x + 0 & \rightarrow x \\ x * 0 & \rightarrow 0 \\ x * (y + z) & \rightarrow (x * y) + (x * z) \end{array} \right.$$

- b) Bewijs terminatie van het volgende termherschrijfsysteem:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 + x & \rightarrow x \\ x + 0 & \rightarrow x \\ x * 0 & \rightarrow 0 \\ x * (y + z) & \rightarrow (x * z) + (y * x) \end{array} \right.$$

(Hint: gebruik een kwadratisch polynoom als interpretatie voor *.)

- c) Laat $\mathcal{R}$ een sterk normaliserende TRS zijn. Toon aan dat de relatie $\rightarrow_{\mathcal{R}} \cup \supset$ sterk normaliserend is. (M.a.w. toon aan dat het doen van een herschrijfstep, of een echte subtermstep termineert.)

Opgave 3 (10 + 8 + 4 punten)

Gegeven is het volgende termherschrijfsysteem $\mathcal{R}$:

$$\left\{ \begin{array}{ll} a(f(x), y) & \rightarrow a(x, f(x)) \\ a(c, f(x)) & \rightarrow a(x, x) \\ d(x) & \rightarrow f(d(x)) \end{array} \right.$$

- a) Geef de reducties van de term $a(f(a(c, f(y))), x)$ in $\mathcal{R}$ volgens elk van de volgende strategieën: leftmost-outermost, parallel-outermost, leftmost-innnermost, parallel-innermost en full-substitution.
b) Toon aan dat $\mathcal{R}$ confluent is.
c) Bestaat er een term t zodanig dat t naar een normaalvorm reduceert in $\mathcal{R}$, maar er ook een oneindige herschrijffrij vanuit t mogelijk is?

Opgave 4 (20 punten)

Laat E de volgende specificatie zijn:

$$a(a(x)) = b(b(x))$$

(Dit is eigenlijk een string herschrijfsysteem, dus mag U voor het gemak haakjes weglaten.)

Completeer deze specificatie. (NB: U dient aan te tonen dat het door u gevonden termherschrijfsysteem compleet is.)

Opgave 5 (8 punten)

Geef een combinator A (U mag hierbij gebruik maken van Y) die voldoet aan de vergelijking:

$$Ax = A(xx).$$

U krijgt tien punten kado; het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het totale aantal punten.