

Mechanica tentamen

datum: 14 februari 2003

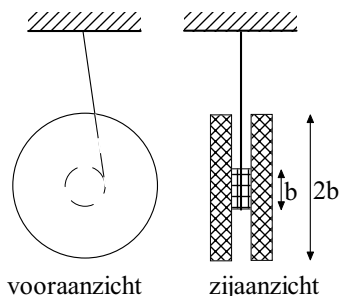
tijd: 13.30-16.30 uur

zaal: S1.11

docent: dr. R.J. Wijngaarden

NB. Dit papier is ook aan de achterzijde bedrukt!

- Gegeven is de differentiaalvergelijking $\ddot{x} - \dot{x} - 6x = 0$.
 - Bereken de algemene oplossing.
 - Wat is de oplossing met beginvoorwaarden $x(0) = 5$ en $\dot{x}(0) = 1$?
- Bereken het krachtveld $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ bij de potentiaal $V(\mathbf{r}) = V_0 e^{-r^2} = V_0 e^{-(x^2+y^2+z^2)}$
- Een ketting hangt vertikaal zó boven een weegschaal dat het onderste schakeltje juist de weegschaal raakt. Dan wordt de ketting op $t = 0$ losgelaten.
 - Bereken de snelheid van de ketting als functie van de tijd
 - Druk deze snelheid uit in de lengte s die al op de weegschaal ligt
 - Bereken de impuls Δp van het stukje ketting dat gedurende een tijdje Δt op de weegschaal valt. (Noem de massa per lengte μ).
 - Toon aan dat (zolang de ketting nog valt) de weegschaal een gewicht aanwijst gelijk aan driemaal de massa van de ketting die er al op ligt.
- Beschouw een planeet met massa M en straal R . De planeet draait met hoeksnelheid ω om zijn as, waarbij ω zó groot is, dat de centrifugale schijnkracht op de evenaar gelijk is aan de zwaartekracht.
 - Bereken ω .
 - Wat gebeurt er als je op de evenaar en sprongetje recht omhoog maakt? Toon dat met een berekening aan.
- Een jojo bestaat uit twee platte schijven met ieder massa M en straal b en een massaloze cylinder met straal $b/2$ ertussen.



We gaan de valsnelheid van de jojo in stappen uitrekenen:

- Bereken het traagheidsmoment van een schijf met massa M en straal b om een as door het middelpunt en loodrecht op de schijf.

- b. Een jojo bestaat uit twee van zulke schijven met een massaloze cylinder met straal $b/2$ ertussen. Om die cylinder is een massaloos touw gewonden dat aan het andere eind aan het plafond is bevestigd. Geef het traagheidsmoment van de jojo voor draaiing om de symmetrie-as.
- c. Geef de bewegingsvergelijkingen van de jojo voor lineaire beweging en voor draai-beweging.
- d. Geef een relatie tussen de lineaire verplaatsing en de hoekverplaatsing t.g.v. het afwikkelen van het touw. Geef een relatie tussen de lineaire versnelling en de hoekversnelling.
- e. Bereken de lineaire versnelling van de jojo. (Dwz met welke versnelling valt de jojo?).
6. Een cilindrisch vat staat op de grond en is met vloeistof van soortelijke massa ρ gevuld. Het vat is aan de bovenkant open. De hoogte van het vloeistofoppervlak boven de grond is h en in de zijkant van het vat op hoogte q zit een gaatje met diameter d , waar de vloeistof horizontaal uitstroomt.
- a. Bereken de snelheid waarmee de vloeistof uitstroomt
- b. Bereken op welke afstand van het vat x de vloeistof de grond raakt.
- c. Bereken voor welke hoogte q de afstand x maximaal is.
7. Een timmerman bevindt zich met een schietlood met lengte ℓ in een trein op λ° NB. Het lood van het schietlood bevindt zich vlak boven de grond. Op de vloer is een coördinatenstelsel gedefiniëerd waarvan de oorsprong ligt op de verbindingslijn tussen het middelpunt van de aarde en het ophangpunt van het schietlood. De Y -as van het coördinatenstelsel wijst in de richting van de noordpool en de X -as wijst naar het Oosten (ongeacht in welke richting de trein rijdt!).
- a. Bereken de (x, y) coördinaat van het lood indien de trein stilstaat. De straal van de aarde is R .
- b. Als de trein in noordelijke richting rijdt met snelheid v , wat wordt dan de (x, y) coördinaat van het lood?
- c. Als de trein in oostelijke richting rijdt met snelheid v , wat wordt dan de (x, y) coördinaat van het lood?
- d. De *grootte* van de afwijking van het schietlood t.g.v. de Coriolisschijnkracht is onafhankelijk van de richting waarin de trein rijdt. Toon dat aan voor willekeurige richtingen.

Puntentelling :

1a	3	2	5	3a	2	4a	4	5a	2	6a	3	7a	3
1b	2			3b	2	4b	6	5b	2	6b	4	7b	2
				3c	4			5c	2	6c	3	7c	2
				3d	2			5d	2			7d	3
								5e	2				
Σ	5	Σ	5	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10