

Mechanica tentamen

datum: 11 maart 2002

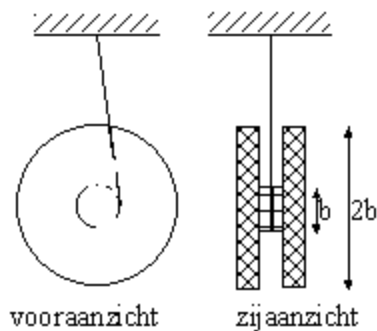
tijd: 9.30-12.30 uur

zaal: S2.09

docent: dr. R.J. Wijngaarden

NB. Dit papier is ook aan de achterzijde bedrukt!

1. Beschouw de gedempte harmonische oscillator.
 - a. Geef de bewegingsvergelijking
 - b. Aan welke voorwaarde moeten de parameters voldoen voor kritische demping?
 - c. Hoe ziet de algemene oplossing eruit bij kritische demping?
 - d. Geef een formule voor de particuliere oplossing als de aandrijvende kracht gegeven wordt door $F(t) = F_0 e^{-t}$. Hint: probeer $x = A e^{-t}$ en bereken A .
2. Een kogel wordt op aarde met snelheid v_0 recht omhoog geschoten. De luchtwrijving is evenredig met het kwadraat van de snelheid; de (positive) evenredigheidscoëfficiënt is k .
 - a. Stel de bewegingsvergelijking op (tip: er zijn verschillende mogelijkheden, kies de vergelijking waarin $\frac{dv}{dx}$ voorkomt).
 - b. Hoe hoog komt de kogel zonder wrijving?
 - c. Leid een relatie af tussen de snelheid en de hoogte van de kogel (met wrijving). NB.
$$\int \frac{x dx}{a + bx^2} = \frac{1}{2b} \ln(a + bx^2)$$
 - d. Hoe hoog komt de kogel met wrijving?
3. In het zwaartekrachtveld van een bolvormige planeet van soortelijke massa ρ en straal R beweegt een satelliet.
 - a. bereken de massa van de planeet
 - b. Hoe luidt de derde wet van Kepler?
 - c. laat zien dat de omlooptijd van de satelliet (bijna) niet afhangt van de diameter van de planeet mits de afstand d van satelliet tot planeetoppervlak veel kleiner is dan R .
4. We willen weten hoe snel een jojo valt, maar dat gaan we in stappen uitrekenen.
 - a. Bereken het traagheidsmoment I om de symmetrieas van een hoepel met straal r en massa m .
 - b. Bereken het traagheidsmoment van een schijf met massa m en straal b om een as door het middelpunt en loodrecht op de schijf.
 - c. Idem om een as door de rand van de schijf en evenwijdig aan die uit opgave b.
 - d. Een jojo bestaat uit twee van zulke schijven met een massaloze cylinder met straal $b/2$ ertussen. Om die cylinder is een massaloos touw gewonden dat aan het andere eind aan het plafond is bevestigd:



Geef het traagheidsmoment van de jojo voor draaiing om de symmetrie-as.

- Geef de bewegingsvergelijkingen van de jojo voor lineaire beweging en voor draaibeweging.
 - Geef een relatie tussen de lineaire verplaatsing en de hoekverplaatsing t.g.v. het afwikkelen van het touw. Geef een relatie tussen de lineaire versnelling en de hoekversnelling.
 - Bereken de lineaire versnelling van de jojo. (Dwz met welke versnelling valt de jojo?).
5. Een torretje met massa m loopt met een snelheid v naar buiten langs een lijn door het middelpunt van een schijf die in een horizontaal vlak draait met hoeksnelheid ω . De tor ziet dat de schijf tegen de wijzers van de klok in draait. De wrijvingscoëfficiënt tussen tor en schijf is μ .
- Op welke afstand van het middelpunt kan de tor zich nog juist staande houden?
 - Hoe groot is op dat ogenblik de dwarskracht die de tor ondervindt? Is die naar rechts of links (voor de tor)?
 - Is die groter of kleiner als vlak daarvoor?
6. Een ijzeren staaf met diameter d , lengte ℓ , Youngsmodulus E hangt vertikaal aan het plafond onderaan de staaf hangt een cilindervormig blok Q met lengte L , diameter D en dichtheid ρ .
- Bereken de uitrekking $\Delta\ell$ van de staaf t.g.v. het gewicht van Q.
 - Hoeveel verandert de uitrekking als een bak met vloeistof met dichtheid μ zo wordt geplaatst, dat Q geheel is ondergedompeld, maar vrij in de vloeistof kan bewegen?

puntentelling:

1a	2	2a	2	3a	3	4a	1	5a	4	6a	5
1b	2	2b	2	3b	3	4b	1	5b	3	6b	5
1c	2	2c	3	3c	4	4c	1	5c	3		
1d	4	2d	3			4d	1				
						4e	2				
						4f	2				
						4g	2				
Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10