

Eerste deeltentamen Kansrekening II W/Ect.

30 maart 2005, 10.30-12.30

Dit tentamen bestaat uit zes opgaven met in totaal zestien onderdelen. Alle onderdelen tellen even zwaar. Beredeneer uw antwoorden beknopt en zorgvuldig.

1. Laten X en Y stochasten zijn die waarden in de verzameling $\{1, 2, 3\}$ aannemen. Laat bovendien gegeven zijn dat $P(X > Y) = 1$, en dat

$$P(X = 3) = P(Y = 1) = \frac{2}{3}.$$

We gebruiken de notatie $p(i, j)$ voor $P(X = i, Y = j)$.

(a) Leid uit het bovenstaande af dat $p(3, 1)$, $p(3, 2)$ en $p(2, 1)$ allemaal gelijk zijn aan $1/3$.

(b) Bepaal $P(X = 2|Y = 1)$.

(c) Bepaal $E(X|Y = 1)$.

2. In een vaas zitten twee munten, waarvan de een zuiver is en de ander kans $3/4$ op kop heeft. Iemand pakt blindelings een munt uit de vaas en werpt die munt twee maal. Laten X en Y de uitkomsten van de eerste respectievelijk de tweede worp zijn. We geven hierbij ‘kop’ aan als 1 en ‘munt’ als 0.

(a) Wat is de kans op de gebeurtenis dat de onzuivere munt wordt gepakt en bovendien $X = Y = 1$?

(b) Bepaal $P(Y = 0|X = 1)$.

(c) Zijn X en Y onafhankelijk?

3 Laat X een stochast zijn waarvoor

$$P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{als } x < 1, \\ \frac{x}{2} & \text{als } 1 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{als } x > 2. \end{cases}$$

(a) Bepaal $P(X = 1)$.

(b) Bepaal $P(X \in (5/4, 7/4))$.

(c) Bepaal $P(X^2 > 2)$.

4. Beschouw de functie

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } x < 0, \\ \frac{c}{(1+x)^3} & \text{als } x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Voor welke waarde van c is f een kansdichtheid?
- (b) Laat X een stochast zijn met deze dichtheid. Bereken $P(1 < X < 2)$.
- (c) Bereken ook $E(X)$.

5. Laten X en Y onafhankelijke, geometrisch verdeelde stochasten zijn met parameters p respectievelijk q .

- (a) Bepaal $P(X = 2, Y > 2)$.
- (b) Bereken $P(X > Y)$.

6. Laat X een exponentieel verdeelde stochast zijn met parameter 1, en laat $Y = 3X - 4$.

- (a) Bereken $P(Y > X)$.
- (b) Geef de kansdichtheid van Y .