

U heeft de beschikking over een tabellenboekje. Gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan. Het is onnodig numerieke uitdrukkingen te vereenvoudigen. U mag dergelijke uitdrukkingen grof afronden.

1. De stochastische vector (X, Y) is absoluut continu verdeeld met kansdichtheid

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{-y}}{\sqrt{\pi}}, & \text{als } y > x^2, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

- Maak een schets van het waardenbereik van (X, Y) .
 - Laat zien dat X normaal verdeeld is. Welke waarden bezitten verwachting en variantie van X ?
 - Voor gegeven x bepaal een voorwaardelijke kansdichtheid van Y gegeven $X = x$.
 - Voor gegeven x bewijs dat $\mathbb{E}(Y | X = x) = x^2 + 1$.
 - Bepaal $\mathbb{E}Y$.
2. We beschouwen het gewicht van een “op goed geluk gekozen” ei als een stochastische variabele met verwachting 100 gram en variantie 4 gram². Een pluimveebedrijf verkoopt eieren per gros (144 stuks) en garandeert voor zo’n gros een bepaald minimum gewicht.
- Bepaal verwachting en variantie van het totaal gewicht van zo’n gros.
 - Bepaal een getal c zodanig dat het totaal gewicht van een gros eieren bij goede benadering met kans 95 % gelijk is aan c gram of meer.
 - Hoe heet de stelling die u bij b) gebruikt? Formuleer deze stelling zo precies en volledig (maar ook zo kort) mogelijk.
3. De stochastische variabelen X en Y zijn onafhankelijk en discreet verdeeld met kansdichtheden

$$p_X(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots,$$
$$p_Y(y) = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{4} \right)^y, \quad y = 0, 1, 2, \dots$$

- Bepaal een kansdichtheid van $Z = X + Y$.
- Bepaal een kansdichtheid van $W = (X + Y)^2$.

ZOZ

4. Een gebouw heeft naast de begane grond 10 verdiepingen. Tien personen stappen op de begane grond in de lift en kiezen ieder, blindelings en onafhankelijk van elkaar, één van de 10 verdiepingen om daar uit te stappen. Laat X het aantal verdiepingen zijn waar de lift *niet* stopt.
- Bepaal de kans dat de lift niet stopt op de 10de verdieping.
 - Bepaal $\mathbb{E}X$. (Aanwijzing: schrijf X als een som van alternatieven.)
5. De stochastische vector (X, Y) is absoluut continu verdeeld met kansdichtheid

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x^2 y}, & \text{als } x > 1, y > 0 \\ 0, & \text{als } x \leq 1 \text{ of } y \leq 0. \end{cases}$$

- Maak een schets van de verzameling $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 1, y > 0, x^2 y \leq z\}$, voor gegeven $z > 0$.
- Laat zien dat $Z = X^2 Y$ een exponentiële verdeling bezit met parameter 1.
- Bepaal $\mathbb{E}(X^2 Y)^2$.
- Bepaal $\mathbb{E}e^{Z-X-Y}$.

Normering:

1a: 1	2a: 3	3a: 3	4a: 2	5a: 1
1b: 2	2b: 3	3b: 2	4b: 2	5b: 3
1c: 2	2c: 3			5c: 2
1d: 2				5d: 3
1e: 2				

Eindcijfer = totaal/4+1

Voor een uitwerking zie de internet pagina van de afdeling Stochastiek.