

U krijgt de beschikking over een tabellenboekje.

1. Laat X_i de koers van een aandeel zijn aan het begin van dag i , en laat $Y_{i+1} = \log(X_{i+1}/X_i)$ de “logaritmische relatieve groei” (of “return”) op dag i zijn. Hierin is $i = 0, 1, \dots$. We nemen aan dat $Y_1, Y_2, \dots$ onderling onafhankelijke stochastische grootheden zijn met de normale verdeling met verwachting μ en variantie 1.
 - a. Veronderstel $\mu = 0$. Bepaal de kans dat in één dag meer dan de helft van de koers verloren gaat (i.e. $X_2 < X_1/2$). N.B. $\log 2 \approx 0.7$.
 - b. Voor deze vraag is het nuttig je te realiseren dat $\log(X_n/X_0) = \sum_{i=1}^n Y_i$. Veronderstel $\mu = 1/4$. Bepaal de kans dat in 100 dagen de koers meer dan verdubbelt (i.e. $X_{100} > 2X_0$).
 - c. Veronderstel voor dit onderdeel dat $Y_1, Y_2, \dots$ niet normaal verdeeld zijn. Is het antwoord op de vorige vraag nu nog waardevol? Licht uw antwoord toe.
 - d. Veronderstel dat $\mu = 0$. Laat zien dat $\mathbb{E}(X_2/X_1) = \sqrt{e}$.
 - e. Bepaal $\mathbb{E}(X_2/X_1)$ voor algemene μ , bijvoorbeeld door gebruik te maken van het antwoord op d).
2. De stochastische vector (X, Y) is discreet verdeeld met kansdichtheid
$$p(x, y) = \frac{1}{x!} e^{-2y} y^x (e - 1), \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad y = 1, 2, \dots$$
 - a. Bepaal de kansdichtheid van Y . Welke bekende kansverdeling bezit Y ? Concludeer dat $\mathbb{E}Y = 1/(1 - e^{-1})$.
 - b. Voor $y = 1, 2, \dots$ bepaal de voorwaardelijke kansdichtheid van X gegeven $Y = y$. Welke bekende kansverdeling is dit?
 - c. Voor $y = 1, 2, \dots$ wat is $\mathbb{E}(X \mid Y = y)$ op grond van b)?
 - d. Bepaal $\mathbb{E}X$, bijvoorbeeld door gebruik te maken van de voorgaande sommen.
3. De stochastische grootheden X en Y zijn onafhankelijk en exponentieel verdeeld met parameters 1, respectievelijk, 2. We definiëren $U = X + Y$, $V = Y/X$ en $W = X(X + Y)$.
 - a. Bepaal een kansdichtheid van U .
 - b. Bepaal een kansdichtheid voor V .
 - c. Bepaal $\mathbb{E}W$.

Normering:

1a: 1	2a: 2	3a: 3
1b: 3	2b: 3	3b: 3
1c: 2	2c: 1	3c: 3
1d: 2	2d: 3	
1e: 1		

Eindcijfer = totaal/3+1