

1. De verdelingsfunctie $F_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ van de absoluut-continu verdeelde stochastische variabele X is gegeven door

$$F_X(a) = \begin{cases} 0, & a < 0, \\ 1 - e^{-a}, & 0 \leq a. \end{cases}$$

Zij $Y = e^{-X}$.

- (a) Bepaal de kansdichtheid van X . Hoe heet de kansverdeling van X ?
 - (b) Bepaal $\mathbb{E}X$ en $\text{Var}X$.
 - (c) Bepaal de waardenverzameling en de verdelingsfunctie van Y .
 - (d) Bepaal de verwachting $\mathbb{E}Y$ van Y .
2. Op een kermis hangt bij een kraam aan ieder van de honderd touwtjes in een bundel een kleine of een grote prijs. Aan precies drie touwtjes zit een grote prijs, te weten een (speelgoed-)beer, een tijger of een reuzenpanda. Het trekken aan een touwtje kan uiteraard beschouwd worden als het blindelings kiezen van een prijs. Als een prijs gekozen is, dan wordt daarna aan het touwtje een identieke prijs bevestigd.
- (a) Wat is de kans dat bij een greep van drie touwtjes één grote prijs wordt getrokken? Bepaal de verwachting van het aantal grote prijzen bij zo een greep.
 - (b) Drie personen kiezen onafhankelijk van elkaar en na elkaar een touwtje uit de bundel. Zij X het aantal van hen dat een grote prijs wint. Bepaal de kansdichtheid en de verwachting van X .
 - (c) Als we aannemen dat iedere klant onafhankelijk van haar/zijn voorgangers aan één touwtje trekt, wat is dan de kans dat de 100-ste klant de derde is die een grote prijs trekt?
Wat is de kans dat van 100 klanten geen enkele een grote prijs trekt?
 - (d) Op de laatste dag van de kermis worden de prijzen onder 100 klanten verloot. Wat is dan de kans dat de eerste van die honderd klanten het lot treft waarop de tijger valt?

Z.O.Z.

3. De jaarlijkse regenval in een bepaald land, gemeten in centimeters, wordt beschouwd als een normaal verdeelde stochastische variabele met verwachting 80 en standaardafwijking 20 cm.
- (a) Bepaal de kans dat er meer dan 100 cm regen valt in een bepaald jaar.
 - (b) Hoeveel centimeter diep moet een regenmeter zijn om met kans 99% de regen van een heel jaar te kunnen bevatten.
 - (c) Bepaal onder voor de hand liggende veronderstellingen de kans dat het meer dan 10 jaar duurt voordat in een jaar meer dan 100 cm regen gemeten wordt.
4. Zij (X, Y) een blindelings gekozen punt in de verzameling

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < y < 1\}.$$

Zij $Z = X + Y$.

- (a) Geef de (simultane) verdelingsfunctie $F_{X,Y}(s, t)$ van (X, Y) voor de punten $(s, t) \in (0, 1)^2$.
 - (b) Bepaal de marginale verdelingsfunctie van X .
 - (c) Bepaal de verdelingsfunctie van Z .
-