

1. De stochastische vector (X, Y) is absoluut continu verdeeld met kansdichtheid

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{(x+y+1)^4}, & \text{als } x, y > 0, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

- Bepaal de marginale dichtheid van X .
 - Zijn X en Y onafhankelijk?
 - Laat zien dat voor $x > 0$ de voorwaardelijke verwachting $\mathbb{E}(Y|X = x)$ gelijk is aan $\frac{1}{2}(x+1)$.
 - Bepaal $\mathbb{E}Y$ door gebruik te maken van c).
2. Zes studenten kiezen blindelings en onafhankelijk van elkaar één van de vijf huiswerksommen en bereiden voor het aanstaande werkcollege alleen de gekozen som voor. Laat X het aantal door geen van de studenten voorbereide huiswerksommen.
- Bepaal de kans dat de vijfde som door geen van de studenten wordt voorbereid.
 - Bepaal $\mathbb{E}X$. (Aanwijzing: schrijf X op geschikte wijze als som van vijf alternatieven en druk $\mathbb{E}X$ uit in het antwoord bij a).
 - Bepaal de kans dat twee bepaalde sommen door geen van de studenten worden voorbereid.
 - Geef de rekenregel voor de variantie van een som $\sum_{i=1}^n X_i$ van stochastische grootheden.
 - Bepaal $\text{var } X$. (Aanwijzing: druk $\text{var } X$ uit in de antwoorden op a) en c); vereenvoudiging onnodig.)
3. We beschouwen het gewicht van een “op goed geluk gekozen” ei als een stochastische grootte met verwachting 100 gram en variantie 4 gram².
- Als het gewicht ook normaal verdeeld is, wat is dan de kans dat het totaal gewicht van 10 “op goed geluk gekozen” eieren kleiner is dan 996 gram?
 - Een pluimveebedrijf verkoopt eieren per gros (144 stuks) en garandeert voor zo’n gros een bepaald minimum gewicht. Bepaal een getal c zodanig dat het totaal gewicht van een gros eieren bij goede benadering met kans 95 % gelijk is aan c gram of meer.
 - Hoe heet de stelling die u bij b) gebruikt? Welke veronderstellingen maakt u om te zorgen dat de voorwaarden ervan zijn vervuld?
4. De stochastische grootheden X en Y zijn onafhankelijk en exponentieel verdeeld met parameter 1. We definiëren $U = X + \frac{1}{2}Y$ en $V = \max(X, Y)$.
- Bepaal een kansdichtheid van $\frac{1}{2}Y$.
 - Laat zien dat U absoluut continu verdeeld is met kansdichtheid

$$f_U(u) = \begin{cases} 2e^{-u} - 2e^{-2u}, & \text{als } u > 0, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

- Bepaal een kansdichtheid van V en concludeer dat U en V identiek verdeeld zijn.
- Bepaal $\text{var } V$ met behulp van c) en bekende eigenschappen van de exponentiële verdeling.

Normering:

1a: 2	2a: 2	3a: 4	4a: 1
1b: 2	2b: 3	3b: 3	4b: 3
1c: 3	2c: 1	3c: 2	4c: 3
1d: 2	2d: 1		4d: 2
	2e: 2		

Eindcijfer = totaal/4+1.

Uitwerking beschikbaar via <http://www.cs.vu.nl/vakgroepen/stat/education.html>.