

Tentamen Kansrekening I, Econometrie/Wiskunde, 23 december 2004, 10.30-12.30

Formuleer je antwoorden duidelijk en geef de door jouw gebruikte redenering zorgvuldig weer. Bij de beoordeling zal hierop gelet worden. Veel succes!

1. Zes personen, A, B, C, D, E en F, gaan op een willekeurige manier op een rij staan.
 - (a) Geef een uitkomstenruimte bij dit experiment.
 - (b) Wat is de kans dat C niet achteraan staat?
 - (c) Wat is de kans dat A en B naast elkaar staan?
 - (d) Zijn bovenstaande gebeurtenissen onafhankelijk?
2. Je gooit twee keer met een dobbelsteen. Zij X de som van de twee worpen, zij Y het hoogste aantal ogen dat bovenkomt en zij A de gebeurtenis dat de eerste worp hoger is dan de tweede.
 - (a) Geef de kansmassafunctie van Y en bereken EY .
 - (b) Zijn X en Y onafhankelijk?
 - (c) Zijn de gebeurtenissen $\{X = 5\}$ en A onafhankelijk?
 - (d) Je gooit nu vier keer met een dobbelsteen, en Z is de som van alle worpen. Geef EZ .
3. Je trekt een bal uit een vaas met drie rode en twee blauwe ballen. Als dit een rode bal is, trek je een tweede bal uit een vaas met vier rode en een blauwe bal. Als de eerste bal blauw is, trek je de tweede bal uit een vaas met vier blauwe ballen.
 - (a) Wat is de voorwaardelijke kans dat de tweede bal rood is, gegeven dat de eerste bal rood is?
 - (b) Wat is de kans dat beide getrokken ballen rood zijn?
 - (c) Wat is de kans dat de tweede bal blauw is?
 - (d) Nu stop je beide getrokken ballen bij de vier overgebleven ballen in de eerste vaas, en trek je een derde bal, uit de eerste vaas. Wat is de kans dat deze derde bal blauw is?
4. In een vaas zitten in totaal n ballen met daarop de getallen 1 tot en met n , dus elk getal komt één keer voor. Je pakt, zonder terugleggen, (ongeordend) vijf ballen uit de vaas. De stochast X is het kleinste getal dat je gepakt hebt, de stochast Y is het op één na grootste getal.
 - (a) Bereken de kansmassafunctie van X , d.w.z. $P(X = k)$. Welke waarden kan X aannemen?
 - (b) Bereken de kansmassafunctie van Y , d.w.z. $P(Y = k)$. Welke waarden kan Y aannemen?
 - (c) Bereken EX . Gebruik daarbij dat $\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1}$ voor elke $n \in \mathbb{N}$ en alle $m \leq n$.
 - (d) Toon de gelijkheid uit (c) aan met een combinatorisch argument. Bedenk daarbij dat je bij het pakken van een deelverzameling uit een verzameling getallen altijd eerst het grootste getal kunt pakken.

einde tentamen