

Tentamen Kansrekening I

16 december 2002, 12.00-14.00

1. A en B zijn gebeurtenissen, met $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ en $P(A \cup B) = 0,7$. Bereken de kans dat

- (a)(2 punten) allebei de gebeurtenissen A en B optreden;
- (b)(2 punten) A optreedt maar B niet;
- (c)(2 punten) B optreedt maar A niet;
- (d)(2 punten) geen van de gebeurtenissen A of B optreedt.
- (e)(2 punten) Zijn A en B onafhankelijk? Motiveer je antwoord.

2. We trekken achtereenvolgens 5 kaarten uit een kaartspel van 52 kaarten.

- (a)(2 punten) Hoeveel mogelijkheden zijn er om dat te doen, als de volgorde relevant is?
- (b)(2 punten) Hoeveel mogelijkheden zijn er om dat te doen, als de volgorde geen rol speelt?
- (c)(3 punten) Wat is de kans op 2 tieners en 3 azen? (De volgorde speelt geen rol)
- (d)(3 punten) Wat is de kans op een *full house*, dat is een combinatie van 5 kaarten waarbij een bepaalde kaart 3 keer voorkomt, en een andere 2 keer, bijvoorbeeld 3 zessen en 2 boeren, of 3 negens en 2 heren.

3.(5 punten) Hier zijn enkele gegevens over geboortesterfte in een bepaald land. De kans dat een willekeurige baby bij de geboorte overlijdt is 0,02. De kans dat bij de geboorte een keizersnede gebruikt moet worden is 0,15. Voor een baby die met een keizersnede ter wereld komen, is de kans om bij de geboorte te overlijden 0,04. Wat is de kans dat een baby overlijdt, gegeven dat het niet met een keizersnede ter wereld komt?

4. De verdelingsfunctie van X wordt gegeven door

$$F(b) = \begin{cases} 0 & b < 0 \\ 0,5 & \text{voor } 0 \leq b < 1 \\ 0,6 & \text{voor } 1 \leq b < 2 \\ 0,8 & \text{voor } 2 \leq b < 3 \\ 0,9 & \text{voor } 3 \leq b < 3,5 \\ 1 & \text{voor } b \geq 3,5 \end{cases}$$

- (a)(2 punten) Bepaal de kansmassafunctie van X .
- (b)(2 punten) Bereken $P(X > 2)$.

(c)(**2 punten**) Bereken de verwachting en variantie van X .

(d)(**2 punten**) Bereken $P(X = 0|X \leq 2)$.

5. Een vaas bevat N ballen, waarvan b blauwe en $r = N - b$ rode. We trekken n ballen zonder teruglegging (met $n \leq N$). Het aantal blauwe ballen dat we dan getrokken hebben noteren we met B .

(a)(**3 punten**) Laat zien dat

$$P(B = k) = \frac{\binom{b}{k} \binom{r}{n-k}}{\binom{N}{n}}.$$

(b)(**3 punten**) Laat zien dat $E(B) = \frac{nb}{N}$. Doe dit *niet* met de in (a) gevonden kansmassafunctie, maar door B te schrijven als $B = \sum_{i=1}^n B_i$, waarbij $B_i = 1$ als de i -de bal blauw is, en $B_i = 0$ anders.

(c)(**3 punten**) Laat zien, door de kansmassafunctie in (a) helemaal uit te werken, dat als N, b en r naar oneindig gaan, zodanig dat $b/N \rightarrow p$ en $r/N \rightarrow 1 - p$, dat dan

$$P(B = k) \rightarrow \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}.$$

Kun je dit interpreteren?