

1. (a) Zij $V = \{w_1, w_2, w_3, w_4, z_1, z_2, z_3, z_4\}$. Kies $\Omega = \{\omega \subset V \mid \#(\omega) = 3\}$, $\mathcal{A} = \mathcal{P}(\Omega)$, en de kansmaat discreet homogeen, dus $\mathbb{P}(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)}$. Merk op $\#(\Omega) = \binom{8}{3} = 56$.
(b) Zij A de eventualiteit van tenminste 1 witte bal in de trekking. Dan is A^c de eventualiteit van alleen zwarte ballen in de trekking. Dus $\mathbb{P}(A^c) = \frac{\#(A^c)}{56} = \frac{1}{14}$, want er zijn vier mogelijkheden om 3 zwarte ballen uit 4 zwarte ballen te trekken. Dan $\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$.
(c) Zij B de eventualiteit dat de trekking een witte en een zwarte bal bevat. Dan bestaat B uit de uitkomsten waarbij er één witte en twee zwarte of twee witte en één zwarte bal worden getrokken. Dus $\#(B) = \binom{4}{2} \binom{4}{1} + \binom{4}{1} \binom{4}{2} = 48$. Dus $\mathbb{P}(B) = \frac{6}{7}$.
(d) Zij C_1 de eventualiteit dat de trekking de beide ballen met nummer 1 bevat. Dan $\#(C_1) = \binom{2}{2} \binom{6}{1} = 6$. Dus $\mathbb{P}(C_1) = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$.
(e) Zij D de eventualiteit dat de trekking geen twee ballen met hetzelfde nummer bevat. Zij C_k de eventualiteit dat de trekking de beide ballen met nummer k bevat. Dan $D^c = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4$ en de vereniging is disjunct. Bovendien $\mathbb{P}(C_k) = \mathbb{P}(C_1)$ voor $k = 1, 2, 3, 4$. Dus $\mathbb{P}(D) = 1 - 4\mathbb{P}(C_1) = \frac{4}{7}$.
2. (a) Zij A_k de eventualiteit van k malen kruis voor $k = 0, 1, 2, 3$. Zij Z de eventualiteit dat een zwarte bal wordt getrokken. Dan $\mathbb{P}(A_k) = \frac{1}{8}$ voor $k = 0, 3$ en $\mathbb{P}(A_k) = \frac{3}{8}$ voor $k = 1, 2$. Verder $\mathbb{P}(Z|A_k) = \frac{2}{3+k}$ voor $k = 0, 1, 2, 3$.
(b) $\mathbb{P}(Z) = \sum_{k=0}^3 \mathbb{P}(A_k)\mathbb{P}(Z|A_k) = \frac{1}{8} \frac{2}{3} + \frac{3}{8} \frac{2}{4} + \frac{3}{8} \frac{2}{5} + \frac{1}{8} \frac{2}{6} = \frac{37}{80}$.
(c) $\mathbb{P}(A_2|Z) = \frac{\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(Z|A_2)}{\mathbb{P}(Z)} = \frac{3}{20} / \frac{37}{80} = \frac{12}{37}$.

Z.O.Z.

3. (a) $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{3}$, $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{1}{6}$.
 (b) Omdat $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$ zijn de eventualiteiten A en B onafhankelijk.
 (c) Zij I_k de eventualiteit dat speler I na de k -de worp beide drankjes betaalt. We zijn dus geïnteresseerd in I_2 . Welnu $I_2 = A_1^c \cap B_1^c \cap A_2 \cap B_2^c$.
 Verder $\mathbb{P}(I_2) = \mathbb{P}(A_1^c \cap B_1^c)\mathbb{P}(A_2 \cap B_2^c)$, omdat de worpen onafhankelijk zijn. Vanwege de onafhankelijkheid van A en B geldt $\mathbb{P}(A_1^c \cap B_1^c) = \mathbb{P}(A_1^c)\mathbb{P}(B_1^c)$ en $\mathbb{P}(A_2 \cap B_2^c) = \mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(B_2^c)$. Dus $\mathbb{P}(I_2) = \frac{2}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$.
 (d) Zij I de eventualiteit dat I de beide drankjes betaald. Dan $I = I_1 \cup I_2 \cup \dots$, en de vereniging is disjunct. Verder $I_k = A_1^c \cap B_1^c \cap A_2^c \cap B_2^c \cap \dots \cap A_{k-1}^c \cap B_{k-1}^c \cap A_k \cap B_k^c$. Vanwege de onafhankelijkheid van de worpen en van A en B volgt dat $\mathbb{P}(I_k) = (\frac{2}{3} \frac{1}{2})^{k-1} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$ en dus $\mathbb{P}(I) = \sum_{k=1}^{\infty} (\frac{1}{3})^{k-1} \frac{1}{3} \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$.
4. (a) $\mathbb{P}(Y < 2) = F_Y(2-) = \frac{1}{2}$, $\mathbb{P}(Y \leq 2) = F_Y(2) = \frac{7}{8}$, $\mathbb{P}(Y = 3) = F_Y(3) - F_Y(3-) = \frac{1}{8}$, $\mathbb{P}(Y > 2) = 1 - \mathbb{P}(Y \leq 2) = 1 - F_Y(2) = \frac{1}{8}$, $\mathbb{P}(Y = \frac{1}{2}) = F_Y(\frac{1}{2}) - F_Y(\frac{1}{2}-) = 0$ en $\mathbb{P}(Y < \frac{1}{2}) = F_Y(\frac{1}{2}-) = \frac{1}{8}$.
 (b) Kies (p_Y de grootte van de sprongen van F_Y in de punten waar F_Y een sprong heeft)

$$p_Y(a) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & a = 0, 3, \\ \frac{3}{8}, & a = 1, 2, \\ 0, & \text{elders.} \end{cases}$$

Dan is $F_Y(a) = \sum_{k \leq a} p_Y(k)$ en dus is p_Y de kansdichtheid van Y .

- (c) F_Y is niet continu en dus is Y niet absoluut-continu verdeeld.