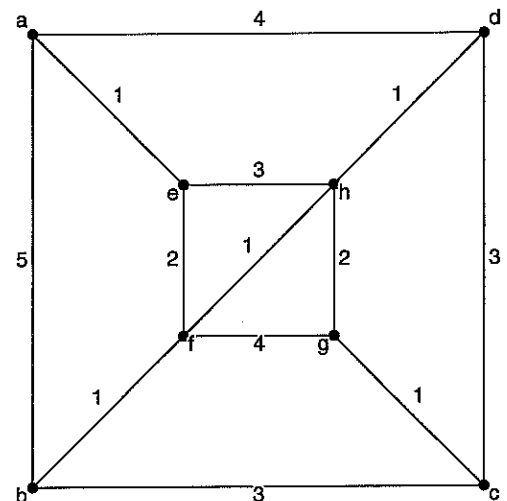


In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 Opspannende bomen en algorithmen.

Gegeven een samenhangende graaf, met op de lijnen een gewichtsfunctie met als waardengebied de positieve reële getallen, en waarbij de gewichten op alle lijnen verschillend zijn. Wij vergelijken het algoritme van *Dijkstra* voor de kortste paden boom met het algoritme van *Prim* voor de minimale opspannende boom.

- Geef een korte beschrijving van het algoritme van *Prim*.
- Geef een korte beschrijving van het algoritme van *Dijkstra*.
- Behandel de graaf uit de tekening hiernaast met de algoritme van *Prim*, uitgaande van het punt *a*. Geef in een tabelvorm per punt: (i) Het punt in volgorde van toevoeging, (ii) de lijn die dit punt met het voorgaande verbindt (iii) het gewicht van de toegevoegde lijn. (iv) de waarde van de partiele boom. Geef na de tabel het totaalgewicht van de opspannende boom.
- Behandel de graaf uit de tekening hiernaast met de algoritme van *Dijkstra*, uitgaande van het punt *a*. Geef in een tabelvorm per punt: (i) Het punt in volgorde van definitieve waardetoekenning, (ii) de lijn die dit punt met het voorgaande verbindt (iii) het gewicht van de toegevoegde lijn. (iv) de waarde van dit punt. Geef na de tabel het totaalgewicht van de opspannende boom.



N.B. De delen c) en d) worden beoordeeld op de correctheid van de volgorde met betrekking tot de gevraagde algoritmen.

2 Capaciteitsvergroting in een netwerk.

We bestuderen het netwerk dat wordt gegeven door de incidentie lijst in de hierbij gegeven tabel (Z.O.Z). De eerste kolom bestaat uit de staarten van de pijlen, de tweede kolom geeft de koppen van de pijlen aan, en de derde kolom de capaciteiten voor ieder pijl.

- Welk punt in dit netwerk is de *bron* en welk is de *put*?

- b) Maak een duidelijke systematische tekening van dit netwerk met de *bron* links en de *put* rechts. Zet de capaciteiten bij de pijlen.
- c) Bepaal de maximum stroom in dit netwerk, en zet de stroomsterkte ook bij de pijlen van de tekening uit het vorige onderdeel.
- d) Verhoog nu de capaciteit van de pijl van *c* naar *e* met 2 tot 6, en van *b* naar *d* met 2 naar 7. Ga na of de stroom in het netwerk kan worden vergroot. Geef een lijst van stroomvergrotenende paden, totdat de maximum stroom is bereikt. Geef weer aan met welke snede deze maximum stroom correspondeert.

<i>staart</i>	<i>kop</i>	<i>capaciteit</i>
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>9</i>
<i>a</i>	<i>f</i>	<i>1</i>
<i>b</i>	<i>d</i>	<i>5</i>
<i>b</i>	<i>e</i>	<i>3</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>7</i>
<i>c</i>	<i>e</i>	<i>4</i>
<i>e</i>	<i>f</i>	<i>6</i>
<i>f</i>	<i>d</i>	<i>6</i>

3 *Reguliere tweedelingsgrafen en koppelingen.*

Met behulp van de huwelijksstelling van Hall kan men de lijnen van een reguliere tweedelingsgraaf $G=(V, E)$ met graad $k>0$ verdelen over een aantal maximale koppelingen.

- a) Geef de definitie van een *reguliere graaf*, en van een *tweedelingsgraaf*.
- b) Formuleer de huwelijksstelling van Hall.
- c) Laat zien dat G voldoet aan de voorwaarde van Hall.
- d) Verwijder een maximum koppeling uit graaf, en laat zien dat in de overblijvende graaf $G'=(V, E')$ nog steeds aan de voorwaarde van Hall is voldaan, tenzij $E'=\emptyset$.
- e) Toon aan dat de verzameling van lijnen van G kan worden verdeeld over k volledige koppelingen.

NORMERING

1a 2 pt	1d 3 pt	2c 3 pt	3b 2 pt	3e 3 pt
1b 3 pt	2a 1 pt	2d 3 pt	3c 3 pt	
1c 2 pt	2b 2 pt	3a 1 pt	3d 2 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1	4,5,6 pt : 2	7,8,9 pt : 3	10,11,12 pt : 4	13,14,15 pt : 5,
16,17,18 pt : 6	19,20,21 pt : 7	22,23,24,25 pt : 8	26,27,28 pt : 9	29,30 pt : 10.