

400035-3

Deeltentamen Inleiding Grafentheorie III

3-6-2005

Aleen derde deeltentamen zonder multiple choice gedeelte

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 *Opspannende bomen en de uitwisselings stelling.*

- a) Geef de definitie van een *opspannende boom* van een samenhangende graaf.
- b) Gegeven een samenhangende graaf, en daarop twee opspannende bomen T en T' , dan bestaat er een rij van opspannende bomen $T = T_0, T_1, T_2, \dots, T_k = T'$, waarbij voor elke $i = 1, 2, \dots, k$ geldt dat T_i uit T_{i-1} ontstaat door een lijn van T_{i-1} te wisselen voor een andere.
- Bewijs dit.

2 *Vergrotende wisselpaden en maximum koppelingen.*

- a) Geef de definitie van een F – vergrotend wisselpad in een graaf G met koppeling F .
- b) Geef de stelling van Berge over maximumkoppelingen en F – vergrotende wisselketens.
- c) Neem de tweedelingsgraaf G met $V_1 = \{1, \dots, 6\}$ en $V_2 = \{a, \dots, f\}$ en met de hiernaast gegeven verbindings matrix. Gebruik de “Hongaarse methode” om, uitgaande van de volgende koppeling F , een maximum koppeling in G te vinden:
- | | a | b | c | d | e | f |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
- $F = \{1-a, 4-b, 5-c\}$.
- d) De gevonden maximum koppeling in c) is niet volledig. Volgens een bekende stelling dient er dus een deelverzameling W van V_1 te zijn, zo dat $|B(W)| < |W|$. Geef zo’n verzameling W , uitgaande van de berekeningen in onderdeel c).

Z.O.Z.

3 Capaciteitsvergroting in een netwerk.

We bestuderen het netwerk dat wordt gegeven door de incidentie lijst in de hiernaast gegeven tabel. De eerste kolom bestaat uit de staarten van de pijlen, de tweede kolom geeft de koppen van de pijlen aan, en de derde kolom de capaciteiten voor ieder pijl.

a) Welk punt in dit netwerk is de **bron** en welk punt is de **put**?

b) Maak een duidelijke systematische tekening van dit netwerk met de **bron** links en de **put** rechts. Zet de capaciteiten bij de pijlen.

c) Bepaal de maximum stroom in dit netwerk, en zet de stroomsterkte ook bij de pijlen van de tekening uit het vorige onderdeel.

d) Verhoog nu de capaciteit van de pijl van **c** naar **e** met **2** tot **6**, en ga na of de stroom in het netwerk kan worden vergroot, en bepaal weer de maximum stroom. Geef aan met welke snede deze maximum stroom correspondeert.

e) Verhoog nu bovendien de capaciteit van de pijl van **b** naar **d** met **2** tot **7**, en ga na of de stroom in het netwerk kan worden vergroot. Geef een lijst van stroomvergrotenende paden, totdat de maximum stroom is bereikt. Geef weer aan met welke snede deze maximum stroom correspondeert.

<i>staart</i>	<i>kop</i>	<i>capaciteit</i>
a	b	9
a	f	1
b	d	5
b	e	3
c	a	7
c	e	4
e	f	6
f	d	6

NORMERING

1a 2 pt	2c 3 pt	3c 2 pt
1b 6 pt	2d 3 pt	3d 3 pt
2a 2 pt	3a 1 pt	3e 4 pt
2b 2 pt	3b 2 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt: **1** 4,5,6 pt: **2** 7,8,9 pt: **3** 10,11,12 pt: **4** 13,14,15 pt: **5**,
16,17,18 pt: **6** 19,20,21 pt: **7** 22,23,24,25 pt: **8** 26,27,28 pt: **9** 29,30 pt: **10**.

EINDCIJFER TOTAAL TENTAMEN:

Neem de som van de behaalde punten van de drie deeltentamens,
deel de uitkomst door 9 en tel er één bij op.