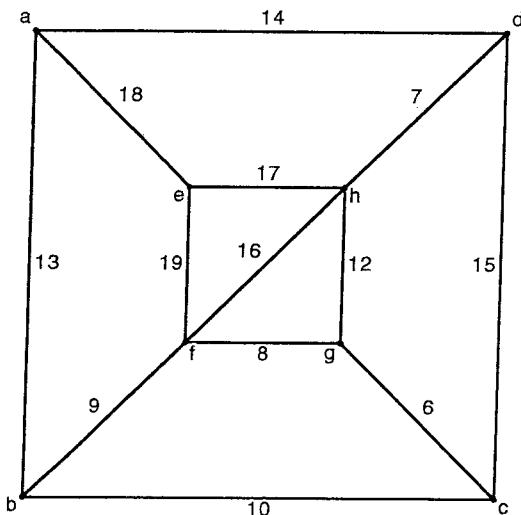


400035 Derde Deeltentamen Inleiding Grafentheorie 28-5-2004

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 *Opspannende bomen en het algoritme van Prim.*

- a) Geef de definitie van een *opspannende boom* van een samenhangende graaf, en van een *minimale opspannende boom* in een gewogen samenhangende graaf.



- b) Geef een korte beschrijving van de algoritme van **Kruskal** voor het vinden van een *minimale opspannende boom* in een gewogen samenhangende graaf.

- c) Geef een korte beschrijving van de algoritme van **Prim** voor het vinden van een *minimale opspannende boom* in een gewogen samenhangende graaf.

- d) Geef aan in welke volgorde de lijnen van de minimale opspannende boom in de graaf

hiernaast worden gevonden eerst via de algoritme van Kuskal en daarna via de algoritme van Prim, uitgaande van het punt *a*.

Aanwijzing: Lijnen in deze graaf worden aangegeven met het paar punten waarmee zij incident zijn.

2 *Vergrotende wisselpaden en maximum koppelingen.*

- a) Geef de definitie van een *F*-vergroten wisselpad in een graaf *G* met koppeling *F*.
- b) Geef de stelling van Berge en Petersen over maximumkoppelingen en *F*-vergroten wisselketens.
- c) Neem aan dat *F* een koppeling is, en dat *M* een maximum koppeling is. Als het aantal lijnen in *F* kleiner is dan het aantal lijnen in *M*, geef dan aan hoe volgens het bewijs van de Stelling van Berge en Petersen een *F*-vergroten wisselketen kan worden gevonden.

Z.O.Z.

3 *Stromen in netwerken en de stelling van Hall.*

De stelling over stromen in netwerken van Ford en Fulkerson kan ook worden gebruikt om de huwelijksstelling van Hall te bewijzen.

- a) Geef de definitie van een *netwerk*, en van een *snede* in een *netwerk*. Geef ook de definitie van een *onverzadigd pad* (ook wel *stroomvergroterend pad* genoemd,) in een *netwerk*, waarop een *stroom* s is gedefinieerd.
- b) Formuleer de stelling van Ford en Fulkerson.
- c) Geef aan hoe in een *netwerk* met een maximum *stroom* een passende *snede* kan worden geconstrueerd.
- d) Formuleer de Huwelijksstelling van Hall.
- e) Om de huwelijksstelling van Hall te bewijzen kan men een netwerk gebruiken. Geef aan op welke manier een tweedelingsgraaf kan worden omgezet in een netwerk, en hoe we in dit netwerk een kritieke verzameling W en de bijbehorende verzameling $B(W)$ in het netwerk kunnen vinden.

NORMERING

1a 1 pt	2a 2 pt	3b 2 pt
1b 3 pt	2b 2 pt	3c 2 pt
1c 3 pt	2c 4 pt	3d 2 pt
1d 4 pt	3a 2 pt	3e 3 pt

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1	4,5,6 pt : 2	7,8,9 pt : 3	10,11,12 pt : 4	13,14,15 pt : 5,
16,17,18 pt : 6	19,20,21 pt : 7	22,23,24,25 pt : 8	26,27,28 pt : 9	29,30 pt : 10.