

400035

Deeltentamen Inleiding Grafentheorie III



In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 Capaciteitsvergroting in een netwerk.

We bestuderen het netwerk dat wordt gegeven door de incidentie lijst in de hiernaast gegeven tabel. De eerste kolom bestaat uit de staarten van de pijlen, de tweede kolom geeft de koppen van de pijlen aan, en de derde kolom de capaciteiten voor ieder pijl.

- a) Welk punt in dit netwerk is de **bron** en welk punt is de **put**?

- b) Maak een duidelijke systematische tekening van dit netwerk met de **bron** links en de **put** rechts. Zet de capaciteiten bij de pijlen.

- c) Bepaal de maximum stroom in dit netwerk, en zet de stroomsterkte ook bij de pijlen van de tekening uit het vorige onderdeel.

- d) Verhoog nu de capaciteit van de pijl van **c** naar **e** met 2 tot **6**, en ga na of de stroom in het netwerk kan worden vergroot, en bepaal weer de maximum stroom. Geef aan met welke snede deze maximum stroom correspondeert.

- e) Verhoog nu bovendien de capaciteit van de pijl van **b** naar **d** met 2 tot 7, en ga na of de stroom in het netwerk kan worden vergroot. Geef een lijst van stroomvergrotenende paden, totdat de maximum stroom is bereikt. Geef weer aan met welke snede deze maximum stroom correspondeert.

staart	kop	capaciteit
a	b	9
a	f	1
b	d	5
b	e	3
c	a	7
c	e	4
e	f	6
f	d	6

2 Reguliere tweedelingsgrafen en latijnse rechthoeken.

Een **latijnse rechthoek** van dimensie $m \times n$ is een rechthoekige matrix met m rijen en n kolommen, waarbij *iedere* rij een *permutatie* bevat van de getallen 1 tot en met n , en elke kolom uitsluitend uit *verschillende* getallen bestaat.

Z.O.Z.

Hiernaast is een eenvoudige latijnse rechthoek gegeven van dimensie 3×6 . Wij proberen latijnse rechthoeken uit te breiden met extra rijen. Daarom maken we voor zo een latijnse rechthoek een tweedelingsgraaf, waarbij V_1 bestaat uit de verzameling kolommen, en V_2 uit de getallen van 1 tot n . In deze graaf verbinden we een kolom met een getal, als dit getal nog niet in deze kolom voor komt.

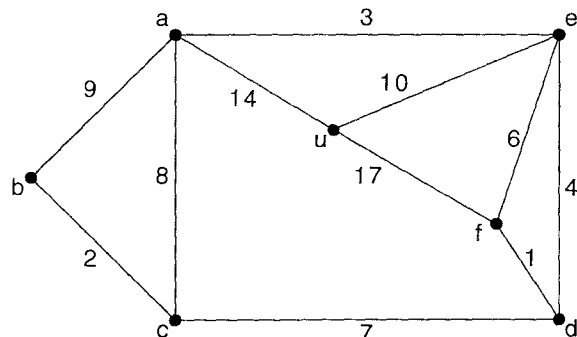
3	5	2	6	4	1
1	4	6	2	5	3
2	6	3	4	1	5

- Formuleer de huwelijksstelling van Hall.
- Laat zien dat G voldoet aan de voorwaarde van Hall, als $m < n$.
- Toon aan dat iedere latijnse rechthoek met $m < n$ kan worden uitgebreid met een extra rij tot een latijnse rechthoek met dimensies $(m+1) \times n$.
- Toon aan dat elke latijnse rechthoek kan worden uitgebreid tot een latijns vierkant.

3 *Het algoritme van Dijkstra.*

- Beschrijf het *algoritme van Dijkstra* voor het kortste pad probleem in een gewogen samenhangende graaf.

- Bepaal met dit algoritme alle kortste paden in de hierbij gegeven graaf van het punt u naar de overige punten, en geef dan in het bijzonder het kortste pad van $u \rightarrow b$. Wat is de lengte van dit pad?



NORMERING

1a 1 pt	1d 2 pt	2b 3 pt	3a 6 pt
1b 2 pt	1e 3 pt	2c 3 pt	3b 4 pt
1c 2 pt	2a 2 pt	2d 2 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1 4,5,6 pt : 2 7,8,9 pt : 3 10,11,12 pt : 4 13,14,15 pt : 5 ,
 16,17,18 pt : 6 19,20,21 pt : 7 22,23,24,25 pt : 8 26,27,28 pt : 9 29,30 pt : 10 .

Als eindcijfer voor het gehele tentamen wordt de waarde van $1 + \frac{\sum}{10}$ genomen, deze waarde wordt daarna afgerond op een geheel getal. Hierbij is $\sum$ de som van de behaalde punten op de deeltentamens.