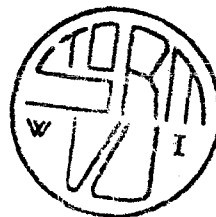


In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 **Reguliere grafen.**

Een graaf heet *regulier* als de graad voor elk punt gelijk is. In dit vraagstuk bekijken we ongerichte grafen met ten minste één lijn. Ga voor elk van de volgende typen grafen na of zij altijd regulier zijn, soms regulier zijn of nooit regulier zijn. Geef in het geval dat er precies één reguliere graaf is van het aangegeven type een tekening van die graaf.

- a) Type: Tweedelingsgrafen.
- b) Type: Volledige grafen
- c) Type: Hyperkubusgrafen.
- d) Type: Bomen
- e) Type: Cykels



2 **Een stelling.**

- a) Geef de definitie van een *tweedelingsgraaf* (ook wel *bipartiete* graaf genoemd). Geef ook de definitie van een *cykel*.
- b) Laat zien dat in een tweedelingsgraaf geen cykels van oneven lengte kunnen voorkomen.
- c) Bewijs de volgende stelling:
Een graaf is een tweedelingsgraaf, dan en slechts dan als deze graaf geen oneven cykels bevat.
(Doe het eerst voor een samenhangende graaf, en geef dan even aan hoe de redenering kan worden aangepast voor niet samenhangende grafen.)

Z.O.Z.

3 *Reguliere en complementaire grafen.*

In dit vraagstuk bekijken we uitsluitend ongerichte grafen.

Twee grafen $G_1(V, E_1)$ en $G_2(V, E_2)$ heten *complementair*, als deze grafen dezelfde puntverzameling V hebben, en twee punten in G_1 verbonden zijn, dan en slechts dan als ze in G_2 niet verbonden zijn. Dit betekent dus dat $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, en dat de volledige graaf $K_{|V|} = (V, E_1 \cup E_2)$.

Een graaf heet *regulier* als de graad voor elk punt gelijk is.

- a) Laat zien dat de complementaire graaf van een reguliere graaf zelf regulier is.
- b) Laat zien dat een samenhangende reguliere graaf met een oneven aantal punten een Euler graaf is.
- c) Er zijn precies twee niet isomorfe reguliere grafen op 7 punten met graad 4. Geef de verbindingsmatrices van deze beide grafen.

NORMERING

1a 2 pt	1d 2 pt	2b 4 pt	3b 4 pt
1b 2 pt	1e 2 pt	2c 4 pt	3c 3 pt
1c 2 pt	2a 2 pt	3a 3 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1	4,5,6 pt : 2	7,8,9 pt : 3	10,11,12 pt : 4	13,14,15 pt : 5,
16,17,18 pt : 6	19,20,21 pt : 7	22,23,24,25 pt : 8	26,27,28 pt : 9	29,30 pt : 10.