

Derde deeltentamen Inleiding Grafentheorie 23-3-2000

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 Nogmaals Kruskal.

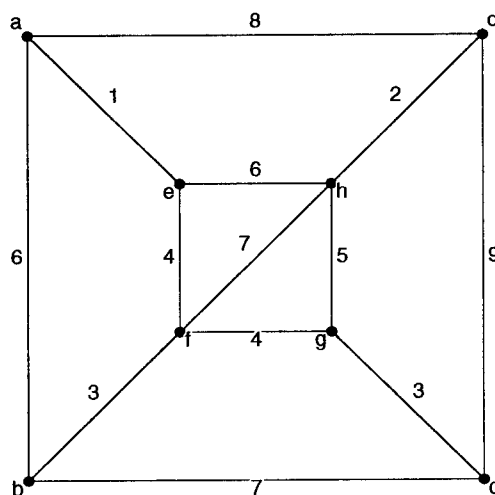
Gegeven is een samenhangende graaf waarin aan alle lijnen verschillende positieve gewichten zijn toegekend. Gezocht wordt een opspannende boom met minimaal gewicht.

- Geef de definitie van een *opspannende boom* van een samenhangende graaf.
- Ontwerp een algoritme, dat één voor één lijnen weglaat uit de graaf, zodat steeds de zwaarste lijn die de graaf niet onsaamenhangend maakt wordt weggelaten.
- Toon aan dat ook deze algoritme een minimale opspannende boom oplevert.

2 Opspannende bomen en algoritmen.

Gegeven een samenhangende graaf, met op de lijnen een gewichtsfunctie met als waardengebied de positieve reële getallen, en waarbij de gewichten op alle lijnen verschillend zijn. Wij vergelijken de algoritme van *Dijkstra* met de algoritme van *Prim*.

- Geef een korte beschrijving van de algoritme van *Dijkstra*.
- Geef een korte beschrijving van de algoritme van *Prim*.
- Voer de algoritme van Prim uit op de hiernaast gegeven graaf uitgaande van punt *a*, en geef aan in welke volgorde de punten van de graaf worden bekeken. Geef daarbij ook aan via welke lijn elk punt wordt bereikt in deze algoritme, en geef ook aan welk gewicht deze algoritme oplevert.



Z.O.Z.

3 *Stromen in netwerken en de stelling van Hall.*

De stelling over stromen in netwerken van Ford en Fulkerson kan ook worden gebruikt om de huwelijksstelling van Hall te bewijzen.

- a) Geef de definitie van een **netwerk**, en van een **snede** in een **netwerk**. Geef ook de definitie van een **onverzadigd pad** (ook wel *stroomvergroterend pad* genoemd,) in een **netwerk**, waarop een *stroom* s is gedefinieerd.
- b) Formuleer de stelling van Ford en Fulkerson.
- c) Geef aan hoe in een **netwerk** met een maximum *stroom* een passende **snede** kan worden geconstrueerd.
- d) Formuleer de Huwelijksstelling van Hall.
- e) Om de huwelijksstelling van Hall te bewijzen kan men een netwerk gebruiken. Geef aan op welke manier een tweedelingsgraaf kan worden omgezet in een netwerk, en hoe we in dit netwerk een kritieke verzameling W en de bijbehorende verzameling $B(W)$ in het netwerk kunnen vinden.

NORMERING

1a 2 pt	2b 3 pt	3c 2 pt
1b 2 pt	2c 3 pt	3d 2 pt
1c 6 pt	3a 2 pt	3e 3 pt
2a 3 pt	3b 2 pt	

$$CIJFER = \frac{SOM + 1}{3}.$$