

herkansing formele structuren
3 juni 2008

Opgave 1.

- (a) Geef van elk van de volgende functies in $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$ aan of hij injectief, surjectief en/of bijectief is. Motiveer elk negatief antwoord met een voorbeeld (voor een positief antwoord volstaat het antwoord alleen).

(i) $f : x \mapsto 4(x - \frac{1}{2})^2$.

(ii) $g : x \mapsto \frac{1}{4}(x - 1)^2$.

(iii) $h : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{als } x < \frac{1}{2} \\ 1 & \text{als } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$.

(5 punten)

- (b) Geef een bijectie tussen de machtsverzameling van $\{a, b, c\}$, genoteerd als $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$, en de rijtjes 0'en en 1'en ter lengte drie.

(5 punten)

- (c) Geef van de volgende verzamelingen aan of ze aftelbaar of overaftelbaar oneindig zijn (het antwoord alleen volstaat):

(i) de verzameling eindige rijtjes over $\{0, 1\}$,

(ii) de verzameling $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$,

(iii) de verzameling $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

(5 punten)

Opgave 2. Gegeven is het deductief systeem over het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ met één axioma

cab

en drie afleidingsregels:

$$\frac{xcybz}{xcyybz} (R1) \qquad \frac{x cay}{x acy} (R2) \qquad \frac{x aby}{x bay} (R3)$$

- (a) Geef een afleiding voor de string aacbbaa.

(5 punten)

- (b) Bewijs dat de string aabcaa niet afleidbaar is in dit formele systeem.

(5 punten)

- (c) Zijn alle strings van de vorm $a^k c a^l b a^m$ met $k, l, m \in \mathbb{N}$ afleidbaar? Motiveer je antwoord.

(5 punten)