

tentamen formele structuren
17 augustus 2000
13.30 - 15.30

Opgave 1.

- (a) We werken hier met merge zonder communicatie; de axioma's van procesalgebra zijn gegeven als bijlage.
Reken de procesterm van $(a \cdot b) || (c + a)$ uit tot basisprocesterm (zonder merge ($||$) en left-merge ($||\cdot$)).
(5 punten)
- (b) Teken de procesgraaf van de basisterm gevonden in (a).
(5 punten)
- (c) Teken de procesgraaf van het recursieve proces X dat eerst een a -stap doet, dan of een b -stap of een c -stap, en daarna weer zichzelf is.
(5 punten)
- (d) Geef de recursievergelijking van het proces X getekend als antwoord op vraag (c).
(5 punten)

Opgave 2.

- (a) Geef een deterministische eindige automaat voor de taal $(01)^*1$ over het alfabet $\{0, 1\}$.
(10 punten)
- (b) Geef een voorbeeld van een taal die *niet* door een deterministische eindige automaat herkend kan worden.
(5 punten)

Opgave 3.

- (a) De machtsverzameling van een verzameling van A wordt genoteerd als $\mathcal{P}(A)$. Laat zien dat er geldt $\mathcal{P}(A) \leftrightarrow 2^A$.
(5 punten)
- (b) Bewijs dat de vereniging van twee disjuncte aftelbare verzamelingen weer aftelbaar is.
(5 punten)
- (c) Geef een voorbeeld van een oneindige verzameling die niet aftelbaar is.
(5 punten)

Opgave 4. Deze opgave gaat over Turing Machines. We gaan er van uit dat er op de input tape een eindige string over $\{0, 1\}$ staat, en verder alleen blanco symbolen ($-$). De kop staat aan het begin bij het meest linkse symbool van de string.

- (a) Geef de transitietabel van een Turing Machine die precies de strings van de vorm $0^n 1$ accepteert, met n een natuurlijk getal, dus $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

(6 punten)

- (b) Geef de transitiegraaf van een Turing Machine die het meest linkse symbool 0 opspoort, daar de kop plaatst, en dan termineert.

Als de string geen symbool 0 bevat, dan zet de Turing Machine de kop bij het laatste symbool van de string en termineert dan.

(6 punten)

Opgave 5. Gegeven is het termherschrijfsysteem

$$\begin{array}{ll} f(x) & \rightarrow b \\ a & \rightarrow a \end{array}$$

- (a) Geef een oneindige herschrijfrijs beginnend in de term $f(a)$.

(2 punten)

- (b) Geef een herschrijfrijs die begint in de term $f(a)$ en eindigt in normaalvorm.

(2 punten)

- (c) Is dit termherschrijfsysteem confluent? Waarom (niet)?

(4 punten)

- (d) Bewijs dat elk confluent herschrijfsysteem de eigenschap ‘unieke normaalvormen’ heeft.

(4 punten)

Opgave 6. We beschouwen het volgende formele systeem. De taal bestaat uit alle strings over het alfabet $\{a, b, c\}$. Het enige axioma is de string

cba

en de regels zijn als volgt:

R1 als $xbay$ afleidbaar is, dan ook $xaaby$,

R2 als $xcay$ afleidbaar is, dan ook $xaacy$,

R3 als $xcby$ afleidbaar is, dan ook $xbbcby$.

(Hierbij staan x , y en z als gebruikelijk voor willekeurige strings. Vergeet niet dat de regels ook mogen worden toegepast als we x en/of y en/of z instantiëren met de *lege* string!)

- (a) Geef een afleiding voor de string $aabaaabc$.
(6 punten)
- (b) Bewijs dat de string $aacbab$ niet afleidbaar is in dit formele systeem.
(6 punten)
- (c) Is dit formele systeem beslisbaar? Waarom (niet)?
(4 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.