

## Deeltentamen Inleiding Grafentheorie 26-4-2004

*In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.*

### 1 *De Petersen graaf.*

- a) Wat betekent het als een graaf **regulier** van graad  $d$  is? Geef de definitie.
- b) De **Petersen graaf** kan worden beschreven op de volgende manier: De *punten* zijn alle deelverzamelingen met twee elementen uit de verzameling met vijf elementen  $\{a, b, c, d, e\}$  en de *lijnen* worden getrokken tussen punten die geen element gemeen hebben (zo is er b.v. een lijn  $\{a, c\} - \{b, e\}$ ). Geef een (gangbare) tekening van de **Petersen graaf** en zet de hierboven gegeven labels bij de punten.
- c) Laat zien dat de *Petersen graaf* **regulier** is en bepaal de graad. Wat is de kortst mogelijke lengte van een cykel in deze graaf?

### 2 *Een stelling.*

- a) Geef de definitie van een **tweedelingsgraaf** (ook wel *bipartiete* graaf genoemd). Geef ook de definitie van een **cykel**.
- b) Bewijs de volgende stelling: *Een oneven gesloten wandeling bevat een oneven cykel.*
- c) Laat zien dat in een tweedelingsgraaf geen cycli van oneven lengte kunnen voorkomen.
- d) Bewijs de volgende stelling:  
*Een graaf is een tweedelingsgraaf, dan en slechts dan als deze graaf geen oneven cycli bevat.*

(Merk op dat één deel van het bewijs bij c) al is geleverd. Bewijs het andere deel eerst voor samenhangende grafen, en geef daarna aan hoe de redenering kan worden aangepast voor niet samenhangende grafen.)

**3**

***Het algorithmme van Fleury voor het vinden van een Euler ronde.***

- a) Geef de definitie van een **brug** zoals die wordt gebruikt in het *Algorithmme van Fleury*.
- b) Geef een nauwkeurige beschrijving van het *Algorithmme van Fleury* om een *Euler ronde* te vinden in een graaf waarin de graad van elk punt even is. (U kunt dit b.v. doen door een programma structuur diagram).
- c) Beschrijf wat er zou gebeuren als we het algorithmme van Fleury zouden toepassen op een graaf die precies twee punten heeft van oneven graad, waarbij we het beginpunt van het algorithmme in één van deze twee punten kiezen.

**NORMERING**

|                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| <b>1a 2 pt</b> | <b>2a 2 pt</b> | <b>3a 2 pt</b> |
| <b>1b 4 pt</b> | <b>2b 4 pt</b> | <b>3b 5 pt</b> |
| <b>1c 4 pt</b> | <b>2c 4 pt</b> | <b>3c 3 pt</b> |

**CIJFER**

|                           |                        |                           |                        |                          |
|---------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|--------------------------|
| Bij 0,1,2,3 pt : <b>1</b> | 4,5,6 pt : <b>2</b>    | 7,8,9 pt : <b>3</b>       | 10,11,12 pt : <b>4</b> | 13,14,15 pt : <b>5</b> , |
| 16,17,18 pt : <b>6</b>    | 19,20,21 pt : <b>7</b> | 22,23,24,25 pt : <b>8</b> | 26,27,28 pt : <b>9</b> | 29,30 pt : <b>10</b> .   |