

Tweede deeltentamen Inleiding Grafentheorie 20-3-2000

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 *De muis en de kaasblokjes.*

Gegeven is een kubusvormig stuk kaas, dat in $3 \times 3 \times 3 = 27$ blokjes is verdeeld. Een muis eet zich door de kaas heen, door één voor ' (één in ieder blokje een hol te eten. Hij begint in de linker-voor-onderhoek, en gaat steeds van een blokje naar een ander blokje dat nog niet aangevreten is, en dat met een vol zijvlak aan het vorige blokje grenst. Het is de bedoeling dat de muis in het middelste blokje eindigt.

- a) Vertaal dit probleem in de taal van grafen en Hamilton paden.
- b) Laat zien hoe men soms bij een tweedelingsgraaf direct kan constateren dat er geen Hamilton cykel bestaat.
- c) Er is een stelling die aan geeft wanneer in een graaf een Hamilton cykel bestaat. Geef deze stelling
- d) Ga na of de muis zich op de aangegeven manier door de kaasblokjes heen kan eten, en laat zien waarom het wel kan òf waarom het niet kan.

2 *Bomen en tellingen van lijnen en punten.*

- a) Wanneer heet een graaf een *boom*? Geef de definitie.
- b) Bewijs, dat in een boom het aantal punten V precies 1 meer is dan het aantal lijnen E .
- c) Gegeven een samenhangende graaf met $|V| = |E| + 1$. Bewijs hieruit dat deze graaf een boom moet zijn.

3 *Het handelsreizigers probleem.*

- a) Formuleer het Handelsreizigers Probleem voor gewogen grafen.

b) Beschrijf de benaderende algoritme van het Handelsreizigers probleem.

c) Hiernaast is de gewichten matrix voor een volledige graaf G op de punten A, B, C, D, E gegeven. Bepaal de bijhorende afstandsmatrix van G .

–	A	B	C	D	E
A	0	6	4	8	9
B	6	0	3	4	7
C	4	3	0	6	3
D	8	4	6	0	9
E	9	7	3	9	0

d) Gebruik de benaderende algoritme om het Handelsreizigers Probleem op te lossen in de *afstandsgraaf* van G . Geef de volledige berekening, uitgaande van de cykel $ABCDEA$.

e) Beschrijf de route afgelegd door de handelsreiziger in de *oorspronkelijke* graaf G , en geef het totale gewicht van deze route.

NORMERING

1a 2 pt 2a 2 pt 3b 2 pt

1b 2 pt 2b 4 pt 3c 2 pt

1c 3 pt 2c 4 pt 3d 2 pt

1d 3 pt 3a 2 pt 3e 2 pt

$$CLJFER = \frac{SOM + 1}{3}.$$