

tentamen formele structuren
30 maart 2001

Opgave 1.

- (a) Geef een bijectie tussen de verzameling natuurlijke getallen en de verzameling M die bestaat uit alle machten van 2 en alle machten van 3. (Hier wordt dus een aftelling van M gevraagd.)

(5 punten)

- (b) Gegeven is een bijectie $f : \mathbb{N} \rightarrow A$.
Geef een bijectie $g : \mathbb{N} \rightarrow \{b_0, \dots, b_k\} \cup A$.
Hier geldt voor elke $i \in \{0, \dots, k\}$: $b_i \notin A$.

(5 punten)

- (c) Geef van de volgende verzamelingen aan of ze aftelbaar of overaftelbaar zijn (het antwoord volstaat):

(i) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$,

(ii) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$,

(iii) alle eindige rijtjes nullen en enen.

(5 punten)

Opgave 2. Gegeven is een deductief systeem met één axioma, namelijk

$$aa$$

en twee regels, namelijk

$$\frac{xa}{xx}$$

en

$$\frac{x}{xb}$$

- (a) Geef alle afleidingen met maximaal vier stappen.

(5 punten)

- (b) Is de string $aaaabbbbb$ afleidbaar?

(5 punten)

- (c) Is dit systeem beslisbaar? Motiveer uw antwoord.

(5 punten)

Opgave 3. Geef

- of een reguliere expressie die de verzameling beschrijft en een DEA die de verzameling herkent
- of een argument waarom zo'n reguliere expressie en zo'n DEA niet bestaan

voor elk van de volgende verzamelingen in de taal $\{0, 1\}^*$:

- (a) De verzameling van alle strings waarvan het eerste en het laatste symbool verschillend zijn.
(8 punten)
- (b) $\{1^n 0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
(7 punten)

Opgave 4.

- (a) Op de inputtape staat één string over het alfabet $\{0, 1\}$. We gaan ervan uit dat de kop van de Turing Machine aan het begin bij het meest linker symbool van deze string staat. Voor de rest staan er alleen blanco symbolen ($-$).
Geef de transitietabel van de Turing Machine die precies de strings van de vorm $00(1^{2n})$ accepteert, met n een natuurlijk getal, dus $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$.
(8 punten)
- (b) Wat is het Halting Problem?
(7 punten)

Opgave 5. (De axioma's van procesalgebra zijn gegeven als bijlage.)

- (a) Reken de procesterm $(a \cdot (b + c)) \parallel d$ uit tot basisprocesterm.
(5 punten)
- (b) Teken de procesgraaf van de basisprocesterm gevonden als antwoord op 5(a).
(5 punten)
- (c) Geef de procesgraaf van X , gedefinieerd als volgt (met Y het hulpproces):

$$\begin{aligned} X &= a \cdot (c + d) \cdot Y \\ Y &= (c + d) \cdot X \end{aligned}$$

(5 punten)

Opgave 6.

(a) Gegeven is de TRS

$$\begin{aligned}M(0, y) &\rightarrow 0 \\M(S(x), y) &\rightarrow A(M(x, y), y) \\A(0, y) &\rightarrow y \\A(S(x), y) &\rightarrow S(A(x, y))\end{aligned}$$

Hier worden de natuurlijke getallen gerepresenteerd met 0 voor nul en S voor successor.

Geef aan hoe je deze TRS kunt uitbreiden om ook exponentiatie te kunnen uitrekenen.

(5 punten)

(b) De natuurlijke getallen worden weer gerepresenteerd met 0 voor nul en S voor successor.

Geef een termherschrijfsysteem voor het symbool *evens* (met één argument) zodat de term *evens*(0) de oneindige stream van alle even natuurlijke getallen genereert.

(5 punten)

(c) Wat is confluentie?

(5 punten)

Bijlage: de axioma's van procesalgebra

$$\begin{aligned}x + y &= y + x \\x + (y + z) &= (x + y) + z \\x + x &= x \\(x + y) \cdot z &= x \cdot z + y \cdot z \\x \cdot (y \cdot z) &= (x \cdot y) \cdot z \\x \parallel y &= x \parallel y + y \parallel x \\a \parallel y &= a \cdot y \\(a \cdot x) \parallel y &= a \cdot (x \parallel y) \\(x + x') \parallel y &= x \parallel y + x' \parallel y\end{aligned}$$

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.