

Tentamen Basiswiskunde I voor AI

30 mei 2006, 12.00 - 14.00

Alle onderdelen van de vraagstukken van dit tentamen tellen even zwaar mee voor de eindbeoordeling. Gebruik van rekenmachine is toegestaan.

1. Beschouw de differentiaalvergelijking

$$N'(t) = \frac{1}{10} \left(\frac{N(t)}{50} - 1 \right) N(t).$$

- (a) Teken het lijnelementenveld dat bij deze vergelijking hoort.
- (b) Bepaal alle evenwichtspunten. Welke hiervan zijn stabiel? Motiveer je antwoord.
- (c) Bepaal $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t)$ voor elke mogelijke beginwaarde $N(0)$.
- (d) Schets de oplossingskromme die voldoet aan $N(0) = 25$.

2. Vind van de volgende differentiaalvergelijking de algemene oplossing:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y^2 + 1}{y}.$$

(Controleer je antwoord door het te differentieren.)

3. Benader een nulpunt van de functie $f(x) = x^2 + 3x - 4$ met de methode van Newton. Doe dit met startpunt -1 en ook met startpunt -2. Kun je het verschil verklaren?

4. Bepaal de volgende integralen:

- (a) $\int_1^\infty \frac{1}{\ln x} dx$ (bedenk dat $\ln x < x$ voor $x > 1$);
- (b) $\int_2^5 x^2 dx$;
- (c) $\int_{-2}^2 x e^{-x^{10}} dx$.

5. Van een functie $f(x)$ zijn de volgende functiewaarden bekend.

x	0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
$f(x)$	1	0,984	0,939	0,869	0,779	0,677	0,570	0,465	0,369

Geef met behulp van de trapeziumregel een benadering voor $\int_0^1 f(x) dx$.