

1. Gegeven is het volgende stelsel:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = a \\ x + 3y + 4z = b \\ 2x + 5y + 7z = -2 \end{cases}.$$

- a. Geef de relatie tussen a en b waarvoor dit stelsel oneindig veel oplossingen heeft.
b. Geef de oplossing voor $a = 1$ en $b = -3$.

2. Bereken de eigenwaarden en eigenvectoren van de volgende matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 4 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Diagonalisatie.

- a. Leg uit wat diagonalisatie is en geef de matrices S en D die daarvoor nodig zijn gebaseerd op de matrix A uit vraag 2.
b. Laat zien dat voor elke inverteerbare matrix S geldt dat

$$\det(S) \det(S^{-1}) = 1.$$

Maak hierbij gebruik van de stelling

$$\det(AB) = \det(A) \det(B).$$

- c. Laat met behulp van de formule van diagonalisatie zien dat
De determinant van A is gelijk aan het product van zijn eigenwaarden.

4. Gegeven zijn de volgende vectoren:

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- a. Bereken de lengtes van v en w . Bereken ook $d(v, w)$.
b. Bereken $v \bullet w$ en $v \times w$.

Z.O.Z

5. Gegeven is de volgende functie:

$$f(x) = \frac{3}{1 - 2x^2}.$$

We kunnen de functie f zien als som van een meetkundige reeks.

- a. Noteer deze meetkundige reeks en geef aan voor welke waarden van x de reeks convergeert. Schrijf de eerste drie termen van de reeks uit.
- b. Bereken de tweede orde Taylorbenadering van f in het punt $x = 0$.

Gegeven is ook de functie

$$g(x) = \frac{x}{1 - e^x}.$$

- c. Geef de formule van de raaklijn aan de grafiek van g in het punt $x = 1$.

6. Bereken de gradiënt van de volgende functies:

$$\text{a. } f(x, y) = \frac{2x}{x - y} \qquad \text{b. } g(x, y) = \cos(xy)$$

7. Bereken

$$\text{a. } \int x \ln x \, dx \qquad \text{b. } \int_1^\infty \frac{1}{x^2} \, dx \qquad \text{c. } \int \sin x \cos x \, dx$$

8. Gegeven is de volgende herhaalde integraal:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \left(\int_y^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1 - x^2} \, dx \right) dy.$$

- a. Schets het integratiegebied en geef de nieuwe grenzen die nodig zijn om de integratievolgorde te verwisselen.
- b. Verwissel de integratievolgorde en bereken de herhaalde integraal.

Normering

Vooraf	1	2	3	4	5	6	7	8	Totaal
	a b		a b c	a b	a b c	a b	a b c	a b	
	2 2		2 1 1	2 2	2 2 2	2 2	2 2 2	2 2	
4	4	4	4	4	6	4	6	4	40